

# Wiskunde voor het technisch MBO

Basisdeel (leerjaar 1 en 2)

# Katern 1

## Inhoud

Rekenen I

Vlakke figuren

Context College

**4**Math  
MBO



Het Math4MBO lesmateriaal is ontwikkeld met medewerking van:

Saskia Baars, Paul Bekkers, Edwin Brands, Nazli Evlek, Pim Harthoorn, Aris den Hertog,  
Hans van der Lijcke, Sander Maissan, Ron Rutter en Leo Wouter

Deze reader is door het CONTEXT COLLEGE samengesteld uit het lesmateriaal van Math4MBO.

ISBN 978 94 906 8806 6 (van het complete sectorneutrale werk)

© Stichting Math4All, 2024

Het auteursrecht op dit lesmateriaal berust bij Stichting Math4All. Math4All is derhalve de rechthebbende zoals bedoeld in de hieronder vermelde creative commons licentie.

Het lesmateriaal is met zorg samengesteld en getest. Stichting Math4All aanvaardt geen enkele aansprakelijkheid voor onjuistheden en/of onvolledigheden en/of voor enige schade, voortkomend uit (het gebruik van) dit lesmateriaal.

Voor het materiaal geldt een Creative Commons Naamsvermelding-Niet-commercieel 3.0 Nederland Licentie.

Dit lesmateriaal is open, gratis en vrij toegankelijk lesmateriaal afkomstig van Stichting Math4All en is speciaal ontwikkeld voor het vak wiskunde in de technische richtingen van het middelbaar beroepsonderwijs. Het lesmateriaal op de website [www.math4all.nl](http://www.math4all.nl) is afgestemd op de programma's voor het basisdeel en het keuzedeel wiskunde voor het technisch MBO, niveau 4 zoals die zijn ontwikkeld door de werkgroep MBO/HBO van de NVVW.

Voor informatie en vragen kan contact worden opgenomen via [info@math4all.nl](mailto:info@math4all.nl). Math4MBO houdt zich aanbevolen voor suggesties, verbeteringen en/of aanvullingen.

Dit boek is automatisch opgemaakt met ConT<sub>E</sub>Xt.

## **Voorwoord 3**

## **1 Rekenen I 5**

- 1.1 Getallen 6**
- 1.2 Rekenen 12**
- 1.3 Rekenvolgorde 21**
- 1.4 Afronden en schatten 28**
- 1.5 Machten van 10 en technische notatie 37**
- 1.6 Eenheden 45**
- 1.7 Totaalbeeld 55**

## **2 Vlakke figuren 59**

- 2.1 Driehoeken en vierhoeken 60**
- 2.2 Berekeningen in vlakke figuren 70**
- 2.3 Omtrek en oppervlakte 81**
- 2.4 Cirkels 94**
- 2.5 Bijzondere lijnen 101**
- 2.6 Totaalbeeld 108**

## **Register 113**



Het lesmateriaal in dit katern kun je ook terugvinden op de website [www.math4all.nl](http://www.math4all.nl). Soms staan er in de tekst verwijzingen naar die website of naar het web. Waar je precies moet zijn op die website kun je zien in de kopregel van iedere pagina.

Als je een PDF versie van dit katern op je computer hebt staan kun je op diverse (lichtblauw gekleurde) plaatsen in de tekst klikken om bijvoorbeeld naar de website te gaan of applets te bestuderen.

Ieder hoofdstuk bestaat uit een aantal paragrafen en wordt steeds afgesloten met een paragraaf Totaalbeeld waar de leerstof wordt samengevat en/of herhaald.

Iedere paragraaf is ingedeeld in vaste rubrieken die houvast geven bij de bestudering van het lesmateriaal.

- Verkennen
- Uitleg
- Theorie en Voorbeelden
- Oefenen
- Toepassen
- Testen

De rubrieken Verkennen en Toepassen bevatten wiskundige problemen die je later ook in je werk kunt tegenkomen.

De opgaven in de rubriek Verkennen zijn bedoeld als kennismaking en hoef je gelukkig pas te kunnen maken als je het hele hoofdstuk hebt bestudeerd.

Als je denkt dat je de wiskunde van een paragraaf wel beheerst, kun je naar de rubriek Testen gaan. Kun je die opgaven zonder problemen maken, dan zit het met jouw wiskundige kennis van het betreffende onderdeel of onderwerp wel goed.





---

## Rekenen I

|     |                                      |    |
|-----|--------------------------------------|----|
| 1.1 | Getallen                             | 6  |
| 1.2 | Rekenen                              | 12 |
| 1.3 | Rekenvolgorde                        | 21 |
| 1.4 | Afronden en schatten                 | 28 |
| 1.5 | Machten van 10 en technische notatie | 37 |
| 1.6 | Eenheden                             | 45 |
| 1.7 | Totaalbeeld                          | 55 |

# 1.1 Getallen

## Inleiding

### Je leert in dit onderwerp

- een decimaal getal en de betekenis van de cijfers herkennen;
- positieve en negatieve getallen op een getallenlijn weergeven;
- tekens voor groter dan en kleiner dan kunnen gebruiken.

### Voorkennis

- enige kennismaking met getallen.

## Verkennen

### Opgave V1

Bekijk het getal 6.504,76.

- Uit welke cijfers bestaat dit getal?
- Welke waarde heeft elk van die cijfers? Welke betekenis hebben de punt en de komma?
- Welk getal is het tegengestelde van 6.504,76?
- Hoeveel verschillen deze twee getallen?

## Uitleg

Het getal 16302,54 bestaat uit:

1 tienduizendtal is  $1 \cdot 10000$

6 duizendtallen is  $6 \cdot 1000$

3 honderdtallen is  $3 \cdot 100$

0 tientallen is  $0 \cdot 10$

2 eenheden is  $2 \cdot 1$

decimale komma

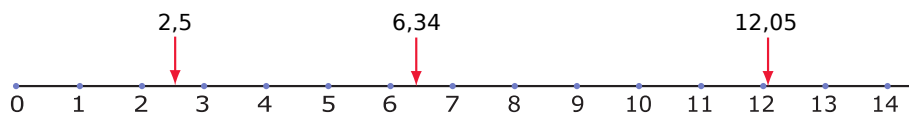
5 tienden is  $5 \cdot 0,1$

4 honderdsten is  $4 \cdot 0,01$

Omdat er 10 cijfers (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 en 9) worden gebruikt, spreek je van het tientallig stelsel of decimale stelsel. De plaats van het cijfer bepaalt de waarde ervan. De 0 is nodig om een lege plaats aan te geven.

Decimale getallen kun je weergeven op een getallenlijn, een schaalverdeling. Een positief getal zit rechts van 0, een negatief getal zit links van 0.

**Bekijk de applet: Getallenlijn**



Figuur 1.1





Bij gehele getallen komen er geen cijfers achter de decimale komma (punt). Het zijn 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, enzovoorts. Ze kunnen ook negatief zijn.

Hoe verder een getal naar rechts ligt op de getallenlijn hoe groter het is:

- 3 is groter dan 2; je schrijft  $3 > 2$
- -307,15 is kleiner dan -62,853; je schrijft  $-307,15 < -62,853$
- 11,3 is kleiner dan 11,31; je schrijft  $11,3 < 11,31$

Het getal 3,15 ligt tussen 3,1 en 3,2 in. Dat betekent dat 3,15 groter is dan 3,1 maar kleiner is dan 3,2:  $3,1 < 3,15 < 3,2$ .

### Opgave 1

Bekijk het getal 6102,543.

- Hoeveel cijfers achter de komma heeft dit getal?
- Hoeveel duizendtallen komen er in dit getal voor?
- Hoeveel honderdsten komen er in dit getal voor?
- Hoeveel keer zo groot wordt dit getal als je de komma één plaats naar rechts verschuift?
- Wat gebeurt er met dit getal als je de komma twee plaatsen naar links verschuift?

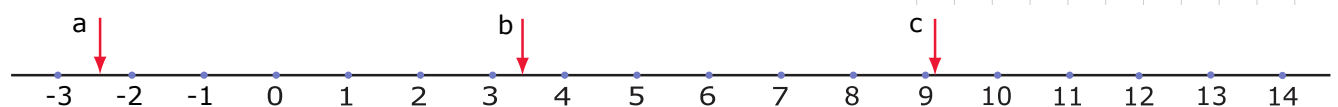
### Opgave 2

In de applet in de [Uitleg](#) kun je de rode punt verschuiven. Je klikt er op en verschuift hem dan met de pijltjestoetsen. Zo kun je zelf bekijken welke getallen waar liggen.

- Met hoeveel cijfers achter de decimale komma werkt de applet?
- Welk getal ligt midden tussen 3 en 4?
- Welk getal ligt midden tussen 3,1 en 3,2?
- Welk getal ligt midden tussen 5,123 en 5,124?

### Opgave 3

Bekijk de getallenlijn hieronder.



Figuur 1.2

Welke getallen worden door de pijlen aangegeven?

### Opgave 4

Bekijk opnieuw de [Uitleg](#). Lees het gebruik van het groterteken  $>$  en het kleinerteken  $<$  na.

- Welk getal is groter: 4,65 of 4,56? Schrijf dit op met behulp van het groterteken.
- Welk getal is kleiner: 4,65 of -4,56? Schrijf dit op met behulp van het kleinerteken.
- Schrijf over en vul het juiste teken in:  $51,7 \dots 15,7$ .

- d Tussen welke twee gehele getallen ligt 5,074? Schrijf je antwoord op met behulp van kleinertekens.

## Theorie en voorbeelden

### Om te onthouden

Getallen schrijf je in het **decimale stelsel**.

Daarbij gebruik je de cijfers 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

De plaats van het cijfer geeft zijn waarde aan. De **decimale komma** scheidt de eenheden en de tienden.

Het **decimale getal** 16302,54 bestaat uit:

1 tienduizendtal is  $1 \cdot 10000$

6 duizendtallen is  $6 \cdot 1000$

3 honderdtallen is  $3 \cdot 100$

0 tientallen is  $0 \cdot 10$

2 eenheden is  $2 \cdot 1$

decimale komma

5 tienden is  $5 \cdot 0,1$

4 honderdsten is  $4 \cdot 0,01$

Het **tegengestelde** van 16302,54 is -16302,54.

Dit is een negatief getal.

Op een **getallenlijn** of **schaalverdeling** zitten de positieve getallen rechts van 0 en de negatieve getallen links van 0.

Hoe groter een getal, hoe verder het naar rechts zit, hoe kleiner een getal hoe verder het naar links zit.

Voor 'groter dan' gebruik je het teken  $>$ , voor 'kleiner dan' het teken  $<$ .

### Voorbeeld 1

Ga met behulp van de getallenlijn na:

- 3,13 is kleiner dan 3,31; je schrijft  $3,13 < 3,31$
- 0,77 is groter dan -0,76; je schrijft  $0,77 > -0,76$
- 4,13 ligt in tussen 4,1 en 4,2; je schrijft  $4,1 < 4,13 < 4,2$

[Bekijk de applet: Getallenlijn](#)

### Opgave 5

Vul in  $>$  of  $<$ :

- a 5,6 ... 5
- b 8,2 ... 9
- c 0,5 ... 0,501
- d 1,34 ... -1,40



## Opgave 6

Bekijk de getallenlijn.

- a Schrijf twee getallen op die tussen 5,7 en 5,8 liggen.
- b Schrijf ook twee getallen op die tussen 5,011 en 5,012345 liggen.
- c Tussen welke twee gehele getallen ligt 6,025? Gebruik de notatie met de kleinertekens.
- d Tussen welke twee getallen met twee cijfers achter de komma ligt 5,3496?

## Voorbeeld 2

Op rekenmachines en in computerprogramma's wordt vaak in plaats van onze **decimale komma** een punt gebruikt, de Amerikaanse **decimale punt**.

Het getal 16302,54 wordt dan 16302.54.

Soms schrijf je in plaats van 16302,54 liever 16.302,54.

Vooraf bij grotere getallen zoals 120.000.000 (120 miljoen) is dat handig.

Amerikanen schrijven dan: 16,302.54 en 120,000,000.

Ze gebruiken de decimale punt en de decimale komma net andersom dan wij dat doen!

Lekker verwarrend, hè? Op sommige rekenmachines kun je zelf instellen met welke notatie hij werkt.

## Opgave 7

Op je rekenmachine krijg je als uitkomst van een berekening het getal 1364.45.

- a Hoeveel honderdtallen komen er in dit getal voor?
- b En hoeveel honderdsten?

## Oefenen

## Opgave 8

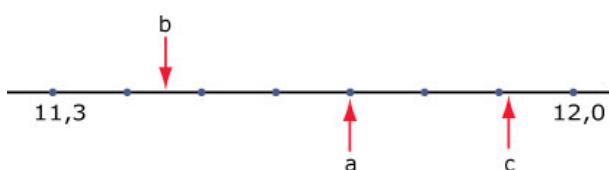
Hieronder zie je acht getallen.

3,4; 3; 2,95; 3,04; 3,14; 4,3; 4,03; 3,43

- a Schrijf de acht getallen op van klein naar groot. Gebruik het kleinerteken.
- b Hoeveel van deze getallen hebben twee cijfers achter de komma?
- c In welke van deze getallen komen 4 tienden voor?

## Opgave 9

Schrijf de juiste getallen bij de pijltjes. Alle getallen hebben één of twee cijfers achter de komma.



Figuur 1.3

## Opgave 10

Stel je weer een getallenlijn voor.

- Welk getal ligt precies midden tussen 42 en 45?
- Welk getal ligt precies midden tussen 42,01 en 42,02?
- Welk getal ligt precies midden tussen 142,91 en 142,7?

## Opgave 11

- Hoeveel gehele getallen liggen er tussen 13,52 en 103,52?
- Hoeveel gehele getallen liggen er tussen -13,52 en 103,52?

## Toepassen

Getallenlijnen gebruik je vooral bij het verrichten van metingen met analoge apparaten. Je leest dan af op een schaalverdeling.

Op de Iphone is deze thermometer als app beschikbaar. Er staat een schaalverdeling voor de temperatuur op. De temperatuur staat er niet alleen in graden Celsius, maar ook in graden Fahrenheit. Dat komt omdat in veel Engelstalige landen met graden Fahrenheit wordt gewerkt.

Het nulpunt (de plek waar 0 staat) is op beide schalen verschillend. Dat komt omdat zo'n nulpunt betrekkelijk willekeurig wordt gekozen:

- Celsius** koos de temperatuur waarbij water bevroert bij een luchtdruk van 1 bar als 0 °C (0 graden Celsius).
- Fahrenheit** koos de temperatuur van een mengsel van ijs, water en ammoniumchloride (een zout) als 0 °F (0 graden Fahrenheit).

## Opgave 12

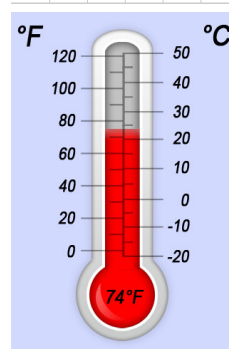
Hierboven worden twee verschillende temperatuurschalen getoond.

- Op de temperatuurschaal van Celsius zie je ook getallen onder 0. Hoe worden die getallen geschreven? En wat betekenen ze?
- Wat betekent het als de temperatuur buiten -6 °C is?
- De temperatuurschaal van Fahrenheit lijkt geen getallen onder 0 te kennen. Is dat ook zo?
- Voor het maken van zo'n temperatuurschaal zijn afspraken nodig. Onder andere die voor de plaats van het nulpunt. Waarom is er minstens nog één andere afspraak nodig?
- Zoek uit welke andere afspraken Celsius en Fahrenheit nog hebben gebruikt.

## Opgave 13

Grote delen van Nederland liggen onder de zeespiegel. Om de hoogte van het land te meten is het (Normaal Amsterdams Peil) ingevoerd: een hoogteschaal waarbij 0 ongeveer overeen komt met het gemiddelde zeeniveau.

- In de Wieringermeerpolder zijn plaatsen die 4,5 m onder zeeniveau liggen. Hoeveel m NAP is dat?



Figuur 1.4



- b** Het laagste punt van Nederland ligt op 6,76 meter onder het NAP in Nieuwerkerk aan den IJssel. Met welk getal geef je dat aan?
- c** Dicht bij het drielandenpunt op de Vaalserberg bevindt zich het hoogste punt van het Nederlandse vasteland op 322,20 m boven NAP. Hoeveel hoger is dat dan het laagste punt van Nederland?

## Testen

### Opgave 14

Bekijk het getal 1234,5.

- a** Hoe groot is de waarde van het cijfer 2?
- b** Welk getal is het tegengestelde van 1234,5?
- c** Welk getal krijg je als je 1234,5 door 100 deelt?

### Opgave 15

Bekijk de getallen 1,25; -4,05; -4,25 en 1,15.

- a** Gebruik het kleinerteken om ze op volgorde te zetten
- b** Hoeveel verschillen het grootste en het kleinste getal van elkaar?
- c** Welk getal ligt precies midden tussen 1,15 en 1,25?
- d** Welk getal ligt precies midden tussen -4,05 en 1,25?

## 1.2 Rekenen

### Inleiding

#### Je leert in dit onderwerp

- decimale getallen handmatig optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen;
- rekenen met decimale getallen op de rekenmachine.

#### Voorkennis

- positieve en negatieve decimale getallen herkennen;
- decimale getallen op een getallenlijn plaatsen en aflezen welk decimaal getal er bij een bepaalde plaats op een getallenlijn hoort.

### Verkennen

#### Opgave V1

Bekijk deze kassabon.

- Reken de kassabon handmatig na.
- Hoe kom je aan de prijs die je voor de gekochte komijnekaas moet betalen?
- Hoe bereken je het bedrag dat je van € 20,00 terug krijgt?

|                       |      |
|-----------------------|------|
| BOTER                 | 1,23 |
| PREI                  |      |
| 0,208 kg a 1,92 €/kg  | 0,40 |
| KOFFIEBROODJE         |      |
| 4 st a 1,30           | 5,20 |
| FRIES ROGGEBROOD      | 0,85 |
| CHOC.HAGEL PUUR       | 1,30 |
| BRONWATER KOOLZUUR    | 0,50 |
| STATIEGELD            | 0,25 |
| KOMIJNEKAAS 30+       |      |
| 0,360 kg a 10,95 €/kg | 3,94 |
| PURE LINZEN           | 1,21 |

Totaal € 14,88

Figuur 1.1

#### Uitleg 1

Je wilt weten hoeveel twee getallen samen zijn. Je moet de getallen **optellen**.

Je krijgt dan de **som** van deze getallen.

Je wilt weten hoeveel twee getallen verschillen. Je moet de getallen van elkaar **aftrekken**.

Je krijgt het **verschil** van beide getallen.

Bijvoorbeeld:

$$2,15 + 3,98 = 6,13$$

$$10 - 8,95 = 1,05$$

Optellen en aftrekken gaat gemakkelijk met je rekenmachine.

Let op: je moet wel een punt gebruiken in plaats van de decimale komma!

Optellen en aftrekken kun je ook met de hand uitvoeren. Je maakt dan gebruik van het tientallig stelsel. Bekijk dit op de Math4allsite.

Je kunt ook optellen en aftrekken met negatieve getallen.



Figuur 1.2

Bekijk de applet: Positieve en negatieve getallen optellen

Bekijk de applet: Positieve en negatieve getallen aftrekken

### Opgave 1

Bereken uit het hoofd.

- a  $25 + 13$
- b  $59 - 21$
- c  $112 + 99$
- d  $204 - 48$

### Opgave 2

Vul in:

- a  $7 + 4 = 11$ , dus 11 is ... van 7 en 4.
- b  $7 - 4 = 3$ , dus 3 is ... van 7 en 4.

### Opgave 3

Bekijk in **Uitleg 1** hoe je twee getallen met de hand optelt en aftrekt.

Maak de volgende optellingen en aftrekkingen met de hand. Controleer je antwoord met de rekenmachine.

- a  $2531 + 395$
- b  $2531 - 395$
- c  $1543,9 + 56,73$
- d  $1543,9 - 56,73$
- e  $2607 - 9321$

### Opgave 4

Bekijk nog even in **Uitleg 1** hoe je met negatieve getallen rekent. Bereken:

- a  $16 - 25$
- b  $16 - -25$
- c  $-16 - 25$
- d  $-16 - -25$
- e  $105,3 + -314,2$
- f  $-105,3 - -314,2$

## Uitleg 2

Wat kosten 8 schriften van € 1,25 samen?

Je moet **vermenigvuldigen** om het antwoord te vinden:  
 $8 \times 1,25 = 10,00$ .

Je krijgt dan het **product** van deze getallen.

Acht schriften kosten € 10,00.

Hoeveel schriften van € 1,25 kun je voor € 15,00 kopen?

Je moet **delen** om het antwoord te vinden:  $15/1,25 = 12$ .

12 is het **quotiënt** van 15 en 1,25. Je ziet dat voor delen het teken / gebruikt wordt en niet langer de dubbele punt (mocht je dit gewend zijn).

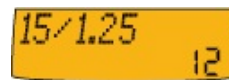
Voor € 15,00 kun je 12 schriften kopen.

Dergelijke vermenigvuldigingen en delingen kun je met je rekenmachine doen.

Maar je kunt ze ook met de hand uitvoeren. Bekijk dit op de Math4allsite.

Je kunt ook met negatieve getallen vermenigvuldigen en delen.

Bij vermenigvuldigen en delen hebben getallen met hetzelfde teken een positieve uitkomst en getallen met verschillende tekens een negatieve uitkomst.



Figuur 1.3

### Opgave 5

Bereken uit het hoofd.

- a  $20 \times 13$
- b  $130/5$
- c  $1,12 \times -50$
- d  $-28,40/-40$

### Opgave 6

Vul in:

- a  $7 \times 42 = 294$  is ... van 7 en 42.
- b  $42/7 = 6$ , dus 6 is ... van 42 en 7.

### Opgave 7

Bekijk in **Uitleg 2** hoe je twee getallen met de hand vermenigvuldigt en deelt.

Maak de volgende vermenigvuldigingen en delingen met de hand. Controleer je antwoord met de rekenmachine.

- a  $624 \times 39$
- b  $624/39$
- c  $5967 \times 17$
- d  $5967/17$
- e  $32,24 \times 1,24$
- f  $32,24/1,24$





## Theorie en voorbeelden

### Om te onthouden

Je kunt met decimale getallen **rekenen**. De vier basisbewerkingen zijn:

- **optellen**, je krijgt dan de **som** van beide getallen;
- **aftrekken**, je krijgt dan het **verschil** van beide getallen;
- **vermenigvuldigen**, je krijgt dan het **product** van beide getallen;
- **delen**, je krijgt dan het **quotiënt** van beide getallen.

Je kunt deze bewerkingen zowel met de hand uitvoeren (zie voorbeelden) als met de rekenmachine.

Verder kun je zowel met positieve als negatieve getallen rekenen.

**Bekijk de applet: Positieve en negatieve getallen optellen**

**Bekijk de applet: Positieve en negatieve getallen aftrekken**

Bij vermenigvuldigen en delen hebben getallen met hetzelfde teken een positieve uitkomst en getallen met verschillende tekens een negatieve uitkomst.

### Voorbeeld 1

Bij het met de hand optellen en aftrekken van getallen met decimalen (cijfers achter de komma) moet je rekening houden met de plek van de decimale komma.

Hoe bijvoorbeeld  $420,1 - 39,57$  gaat zie je op de Math4allsite.

Als je  $39,57 - 420,1$  handmatig wilt berekenen, dan doe je hetzelfde als hiervoor. Alleen doe je dan het tegengestelde van wat je wilt doen. Daarom geef je het antwoord een negatiefteken:  $39,57 - 420,1 = -380,53$ .

### Opgave 8

Bekijk nog even in **Voorbeeld 1** hoe je met negatieve getallen en decimalen rekt.

Bereken:

- a  $160,34 - 25,9$
- b  $25,9 - 160,34$
- c  $105,3 + -314,2$
- d  $-105,3 - -314,2$

**Aftrekken:**

$$\begin{array}{r} 3190 \\ 420,10 \\ - 39,57 \\ \hline 380,53 \end{array}$$

De aftrekking is klaar.

Figuur 1.4



## Voorbeeld 2

Je ziet hoe je decimale getallen met de hand vermenigvuldigt en deelt. Soms blijft er bij deling een **rest** ongelijk aan 0 over. Dat betekent dat je een getal overhoudt dat kleiner is dan het getal waar je door deelt, maar niet 0 is. Bekijk op de Math4allsite hoe dit stap voor stap gaat.

### Vermenigvuldigen:

$$\begin{array}{r} 832 \\ \times 64 \\ \hline 3328 \\ 49920 + \\ \hline 53248 \end{array}$$

Nog even alles optellen en klaar!

### Delen:

$$\begin{array}{r} 832/64 = 10 + 3 = 13 \\ 640 - \\ \hline 192 \\ 192 - \\ \hline 0 \end{array}$$

Dus  $832/64 = 13$

Figuur 1.5

## Opgave 9

Bereken met de hand. Controleer je antwoorden met de rekenmachine.

- Bereken het product van 3783 en 291.
- Bereken het quotiënt van 3783 en 291.
- Bereken het quotiënt van 2648 en 115. Hoeveel bedraagt de rest?

## Voorbeeld 3

Sommige delingen komen uit als je tot achter de komma door gaat.

### Staartdeling

$$834,00000/64=13,03125$$

$$\begin{array}{r} 640 \_ \\ 194 \_ \\ 192 \_ \\ \hline 2,0 \\ 0,0 \_ \\ \hline 2,00 \\ 1,92 \_ \\ \hline 0,080 \\ 0,064 \_ \\ \hline 0,0160 \\ 0,0128 \_ \\ \hline 0,00320 \\ 0,00320 \_ \\ \hline 0 \end{array}$$

Klaar...

Figuur 1.6

## Opgave 10

Soms moet je doorgaan tot achter de decimale komma om een deling te laten uitkomen. Bereken nu zelf met de hand

- $738/16$
- $5204,654/91$



## Oefenen

### Opgave 11

Doe de volgende optellingen en aftrekkingen met de hand. Controleer je antwoord met de rekenmachine.

- a  $341 + 1715$
- b  $341 - 1715$
- c  $22,39 - 7,6$
- d  $22,39 - -7,6$
- e  $0,123 + 0,049$
- f  $-0,123 - 0,049$

### Opgave 12

Je kunt  $1264 - 913$  ook uitrekenen door 913 aan te vullen tot 1264:  $913 + 7 + 80 + 264 = 1264$ , dus  $1264 - 913 = 7 + 80 + 264 = 351$ . Bereken op deze manier:

- a  $2573 - 2412$
- b  $6,72 - 5,38$

### Opgave 13

Bereken met de hand en controleer je antwoord achteraf met de rekenmachine.

- a  $1645 - 797 - 418$
- b  $1645 + 797 - 418$
- c  $1645 - 797 + 418$
- d  $1645 + 797 + 418$

### Opgave 14

Doe de volgende vermenigvuldigingen en delingen met de hand. Controleer je antwoord met de rekenmachine.

- a  $1734 \times 51$
- b  $1734/51$
- c  $23,56 \times 3,1$
- d  $23,56/3,1$
- e  $1,23 \times -0,05$
- f  $1,23/-0,05$

### Opgave 15

$12 \times 98$  kun je met de hand uitrekenen door  $12 \times 90 + 12 \times 8$  te doen.

Handiger is  $12 \times 98 = 12 \times 100 - 12 \times 2$ .

- a Licht deze handiger berekening toe.
- b Bereken op dezelfde manier  $97 \times 14$ .
- c Bereken  $115 \times 99$  met de hand.

### Opgave 16

Bereken met de hand en controleer je antwoord achteraf met de rekenmachine.

- a  $1645 \times -97/25$
- b  $1645/-35 \times -418$
- c  $112,6 \times 52/2,6$
- d  $150/1,25/-32$

### Opgave 17

Vul op de stippeltjes het juiste getal in:

- a  $1645 \times \dots = 41,125$
- b  $1645/\dots = -23,5$
- c  $2,56 \times \dots = 87,04$
- d  $2,56/\dots = 128$

### Toepassen

Het Empire State Building is 381 m hoog vanaf de begane grond tot het topje van het gebouw. Het gebouw heeft 103 verdiepingen die samen ongeveer 373 m hoog zijn. Daar boven op staat nog een torentje. Op de punt van dat torentje staat nog een antenne die 61 m hoog is. De entree op de begane grond beslaat vier verdiepingen, de lobby is drie verdiepingen hoog.

Op de 87e verdieping is het 'Observatory' dat elke dag open is en waar jaarlijks 3,5 miljoen bezoekers komen. Je kunt er vanaf de begane grond in net iets minder dan een minuut met één van de 73 liften komen.



Figuur 1.7

### Opgave 18

Hierboven vind je informatie over het Empire State Building in New York.

- a Laat zien dat elke verdieping ongeveer 3,62 m hoog is. Hoe hoog is de lobby?
- b Je kunt met trappen naar boven tot de 103e verdieping. Een traprede is 20,1 cm hoog. Hoeveel traptreden zijn er van de begane grond tot het 'Observatory'?
- c Met hoeveel meter per minuut gaat de lift naar het 'Observatory'?
- d Hoeveel bezoekers heeft het 'Observatory' gemiddeld per dag?



### Opgave 19

Je wilt in je kamer nieuwe gordijnen hangen. Je koopt gordijnstof in verticale banen van 0,90 m breed. Je hebt twee ramen in je kamer. Die ramen zijn 1,30 m hoog en beide ramen zijn 2,10 m breed. De gordijnrail steekt aan weerszijden van de ramen 20 cm uit.

Je hangt een gordijn altijd in plooien, dus je gordijn krijgt een totale breedte van anderhalf keer de lengte van de rails. De gordijnstof die je hebt uitgezocht kost € 23,95 per meter lengte.

- a Je neemt 8 banen gordijnstof met een lengte van 1,50 m. Waarom neem je die lengte?
- b Bereken de totale lengte van de rail en daarmee hoe breed het totale gordijn zou moeten worden.
- c Als je 8 banen van 0,90 m breedte koopt, heb je wel genoeg gordijnstof, maar dan plooien de gordijnen niet erg. Laat dat met een berekening zien.
- d Hoeveel kost de gordijnstof in totaal?

### Opgave 20

Je wilt je kamer opnieuw behangen. Die kamer is netjes rechthoekig en 3,5 m breed en 4 m lang. De hoogte van de kamer is overal 2,80 m. Verder zit er in je kamer een deur van 1 m breed en 2,15 m hoog en een raam van 2 m breed en 1 m hoog. Behang kun je kopen op rollen van 60 cm breed en 10 m lang. Het behang dat je wilt hebben kost € 16,80 per rol.

Hoeveel kost het je aan behang?

## Testen

### Opgave 21

Voer de volgende berekeningen eerst met de hand uit. Controleer ze vervolgens met je rekenmachine.

- a  $2,55 + 15,81$
- b  $2,55 - 15,81$
- c  $2,55 \times 15,81$
- d  $15,81 / 2,55$

### Opgave 22

Bekijk de getallen 1,25; -4,05; -4,25 en 1,15.

Doe de volgende berekeningen met de hand en controleer je antwoorden met een rekenmachine.

- a Bereken de som van deze getallen.
- b Bereken het positieve verschil van het tweede en het derde getal.
- c Bereken het product van het tweede en het derde getal.
- d Bereken het quotiënt van het derde en het eerste getal.

## Opgave 23

Vul op de stippeltjes het juiste getal in:

**a**  $456 - \dots = -98$

**b**  $456/\dots = -76$

## 1.3 Rekenvolgorde

### Inleiding

#### Je leert in dit onderwerp

- de juiste rekenvolgorde gebruiken.

#### Voorkennis

- rekenen met positieve en negatieve decimale getallen.

### Verkennen

#### Opgave V1

Je gaat met drie vriend(inn)en koffie drinken met een lekkere appelpunt erbij. De koffie kost € 1,65 en een appelpunt is € 3,25.

- Eén van jullie berekent hoeveel het moet gaan kosten. Dat levert deze berekening op  $1,65 + 3,25 \times 4$ . Waarom is dit geen goede berekening?
- Hoe kun je door het toevoegen van haakjes de berekening kloppend maken?
- Kun je de berekening op een andere manier kloppend maken?

#### Uitleg

Bij rekenen zijn voorrangsregels afgesproken:

1. Eerst uitrekenen wat tussen haakjes staat.
2. Dan machtsverheffen en worteltrekken van links naar rechts.
3. Dan vermenigvuldigen en delen van links naar rechts.
4. Tenslotte optellen en aftrekken van links naar rechts.

Hierin is machtsverheffen het herhaaldelijk met hetzelfde getal vermenigvuldigen:  $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ .

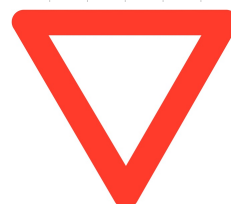
En hierin is worteltrekken het terugrekenen vanuit een kwadraat:  $\sqrt{64} = 8$  want  $8^2 = 8 \times 8 = 64$ .

Dus:

- $(6 + 3) \times 2 = 9 \times 2 = 18$
- $3 \times 8/4 + 2 = 24/4 + 2 = 6 + 2 = 8$
- $3 \times \frac{8}{4+2} = 3 \times 8/(4 + 2) = 24/6 = 4$
- $6 + 4 - 3 = 10 - 3 = 7$
- $5 \times 2^4 - \sqrt{10^2 - 8^2} = 5 \times 16 - \sqrt{100 - 64} = 80 - \sqrt{36} = 80 - 6 = 74$

Verder mag je bij optellen en vermenigvuldigen de volgorde verwisselen:

- $5 + 2 = 2 + 5$
- $5 \times 2 = 2 \times 5$



Figuur 1.1



Bij aftrekken, delen en machten kan dit niet zo maar:

- $5 - 2 \neq 2 - 5$
- $5/2 \neq 2/5$
- $5^2 \neq 2^5$

### Opgave 1

Bekijk de berekeningen in de **Uitleg**.

- a** Leg het verschil uit tussen  $3 \times 8/4 + 2$  en  $3 \times \frac{8}{4+2}$
- b** Leg uit waarom  $\sqrt{10^2 - 8^2} = 6$ .
- c** Bereken:  $\frac{6 \cdot 3^4}{\sqrt{16+5}}$ .

### Opgave 2

Bereken zonder rekenmachine. Laat zien welke rekenvolgorde je gebruikt.

- a**  $12/4 \times 3^2$
- b**  $12 + 4 \times 3^2$
- c**  $(12 + 4) \times 3^2$
- d**  $12/4 - 3^2$
- e**  $\frac{12}{4-3^2}$
- f**  $\sqrt{15^2 - 9^2} - 4 \times 3^2$

### Opgave 3

Je wilt berekenen:  $15/(13 - 8) + (10 \times 3 + 2)$ .

- a** Welke haakjes zijn hier nutteloos?
- b** Bereken het juiste antwoord. Laat zien welke volgorde je hanteert.
- c** Bereken:  $15/(13 - 8) + 10 \times (3 + 2)$ .

### Opgave 4

Bij sommige berekeningen is het handig om de volgorde te verwisselen.

- a** Waarom kun je  $102 + 129 + 98$  beter berekenen door het te schrijven als  $102 + 98 + 129$ ?
- b** Waarom kun je  $102 + 129 - 98$  niet berekenen door het te schrijven als  $102 + 98 - 129$ ?
- c** Waarom kun je  $4 \times 36 \times 0,5$  beter berekenen door het te schrijven als  $4 \times 0,5 \times 36$ ?
- d** Waarom kun je  $4 \times 36/0,5$  niet berekenen door het te schrijven als  $4 \times 0,5/36$ ?





## Theorie en voorbeelden

### Om te onthouden

Bij rekenen gebruik je deze **voorrangsregels**:

1. Eerst uitrekenen wat tussen haakjes staat.
2. Dan machtsverheffen en worteltrekken van links naar rechts.
3. Dan vermenigvuldigen en delen van links naar rechts.
4. Tenslotte optellen en aftrekken van links naar rechts.

Machtsverheffen is het herhaaldelijk met hetzelfde getal vermenigvuldigen:  $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ .

Worteltrekken is het terugrekenen vanuit een kwadraat:  $\sqrt{64} = 8$  want  $8^2 = 8 \times 8 = 64$ .

Worteltrekken levert niet altijd een exact reëel getal op, vaak moet je afronden.

LET OP:

De lange deelstreep en de lange streep aan een wortelteken vervangen haakjes:

$$\frac{6}{5+7} = 6/(5+7) = 6/12 = 0,5 \text{ en } \sqrt{16+9} = \sqrt{(16+9)} = \sqrt{25} = 5.$$

### Voorbeeld 1

Bereken, denk om de voorrangsregels:

- $5 \times \sqrt{12^2 + 5^2} - 3 + 2^4$
- $5 \times \sqrt{12^2} + \sqrt{5^2} - (3 + 2)^4$
- $5 \times \sqrt{12^2 + 5^2} / 3 + 2^4$
- $\frac{5 \times \sqrt{12^2 + 5^2}}{3 + 2^4}$
- $5 - \sqrt{12^2 + 5^2} - 3 \times -2^4$
- $5 - \sqrt{12^2 + 5^2} - (3 \times -2)^4$

Antwoord

- $5 \times \sqrt{12^2 + 5^2} - 3 + 2^4 = 5 \times \sqrt{169} - 3 + 16 = 5 \times 13 - 3 + 16 = 65 - 3 + 16 = 78$
- $5 \times \sqrt{12^2} + \sqrt{5^2} - (3 + 2)^4 = 5 \times 12 + 5 - 5^4 = 60 + 5 - 625 = -560$
- $5 \times \sqrt{12^2 + 5^2} / 3 + 2^4 = 5 \times \sqrt{169} / 3 + 16 = 5 \times 13 / 3 + 16 = \frac{65}{3} + \frac{48}{3} = \frac{113}{3}$
- $\frac{5 \times \sqrt{12^2 + 5^2}}{3 + 2^4} = \frac{5 \times \sqrt{169}}{3 + 16} = \frac{5 \times 13}{19} = \frac{65}{19}$
- $5 - \sqrt{12^2 + 5^2} - 3 \times -2^4 = 5 - \sqrt{169} - 3 \times -16 = 5 - 13 + 48 = 40$
- $5 - \sqrt{12^2 + 5^2} - (3 \times -2)^4 = 5 - \sqrt{169} - (-6)^4 = 5 - 13 - 1296 = -1304$



### Opgave 5

Bereken zonder rekenmachine.

a  $2^3 \times 4 + 6 \sqrt{9}$

b  $2^7 + \frac{6}{\sqrt{9-5}}$

c  $(2^7 + 6) \sqrt{9-5}$

d  $30/3 \times 5 - \sqrt{3^3 - 18}$

e  $(12 - 3^2)^3 \times 2$

f  $\frac{2 \times 3^2}{9-3}$

### Opgave 6

Maak de volgende berekeningen kloppend door haakjes te plaatsen.

a  $5 - 2 \times 8 = 24$

b  $3 \times 4^2 / 12 - 3 + 1 = 0$

c  $15 - 2 \times \sqrt{36} - 11 = 5$

d  $5 + 3/3 - 2 = 8$

e  $(-1)^4 - (-1)^3 - (-1)^2 + 1 = 4$

f  $3 - 1 + 2 \sqrt{25} - 4 = 0$

### Voorbeeld 2

Aan een tafel in de pizzeria zitten vier mensen.

Ze bestellen alle vier een pizza van € 9,00 en een glas cola van € 1,45.

De ober tikt op de kassa  $4 \times 9 + 1,45$  in. Hij vindt als bedrag € 37,45.

Aan het eind van de avond, als de bestellingen en de kassa-inkomsten met elkaar vergeleken worden, ontbreekt er een bedrag. De bediening is teleurgesteld, want het tekort wordt op de ontvangen fooien in mindering gebracht. De ober ontdekt meteen zijn fout. Wat is er misgegaan?

Antwoord

Hij had moeten doen:  $4 \times 9 + 4 \times 1,45$ , of  $4 \times (9 + 1,45)$ .

### Opgave 7

Evelien verdient iedere week € 3,50 met het rondbrengen van folders en € 5,50 met oppassen. Als ze na een jaar (van 52 weken) sparen een aardig bedrag voor een vakantie bijeen heeft, doen haar ouders er nog € 100,00 bij.

Welk bedrag heeft ze dan? Schrijf je antwoord als één berekening op.



## Oefenen

### Opgave 8

Voer de volgende berekeningen handmatig uit en let daarbij op de juiste rekenvolgorde.

Controleer je antwoorden met de rekenmachine.

a  $6 \times 13 - 2 \times \sqrt{6^2 + 8^2} = \dots$

b  $12 + 9 \times (-10)^2 = \dots$

c  $19 - 32/2^3 = \dots$

d  $(7^2 + \sqrt{225})/4^2 - 2 = \dots$

### Opgave 9

Koffie kost € 2,25 per kop en de bijpassende punt appeltaart is € 3,60. 12 personen bestellen koffie met appeltaart.

Bij het afrekenen doet de ober op zijn rekenmachine  $2,25 + 3,60 \times 12$ .

Hoeveel betaalt deze groep te weinig?

### Opgave 10

Jaap zegt tegen Joop: "Twee keer zestig min acht gedeeld door vier is toch zesentwintig?"

Joop antwoordt: "Nee hoor, daar komt achtentwintig uit."

Wie heeft gelijk? Licht je antwoord toe.

### Opgave 11

Je wilt je vakantiefoto's laten afdrukken om in een fotoalbum te plakken. Op internet vind je de tarieven van FotoFix:

- de administratiekosten zijn € 2,25 per bestelling;
- het afdrukken van minder dan 40 foto's kost € 0,19 per foto;
- het afdrukken van 40 foto's of meer kost € 0,16 per foto;
- de bezorgkosten zijn € 2,95 per bestelling.

Je bestelt eerst 60 afdrukken en verstuurt je opdracht met de foto's erbij.

Nu blijkt echter dat je nog 15 foto's vergeten bent en daarvan bestel je opnieuw 15 afdrukken.

Hoeveel kost dit in totaal? Schrijf je antwoord als één berekening op.

### Opgave 12

Voer de volgende berekeningen handmatig uit en let daarbij op de juiste rekenvolgorde.

Controleer je antwoorden met de rekenmachine.

a  $\frac{3^4 + \sqrt{81}}{3^2 \cdot \sqrt{50} - 5^2} = \dots$

**b**  $(3^4 + \sqrt{81}) / 3^2 \cdot \sqrt{50 - 5^2} = \dots$

**c**  $3^4 + \sqrt{81} / 3^2 \cdot \sqrt{50 - 5^2} = \dots$

### Opgave 13

Maak de volgende berekeningen kloppend door haakjes te plaatsen.

**a**  $4 \times 3^3 / \sqrt{100} - 19 = 12$

**b**  $(-2)^4 - (-2)^3 + (-2)^2 - -2 = 22$

### Toepassen

Jaren geleden introduceerde het bedrijf Smith's de flippo. In elk pak chips zat er één en je kon ze sparen. Een flippo was een rond schijfje met op de achterkant vier getallen van 1 tot en met 9. Het was de bedoeling om daarmee het 24-spel te spelen: maak met de vier gegeven getallen door optellen, aftrekken, vermenigvuldigen, delen en/of haakjes gebruiken het getal 24.



Figuur 1.2

### Opgave 14

Speel het 24-spel in de volgende situaties.

- a** De vier getallen zijn 3, 4, 8 en 9.
- b** De vier getallen zijn 4, 6, 6 en 8.
- c** De vier getallen zijn 3, 5, 7 en 8.
- d** De vier getallen zijn 1, 4, 7 en 9.

### Opgave 15

Je hebt precies drie getallen tot je beschikking:

2, 3 en 4

Elk van deze getallen gebruik je precies één keer.

Je kunt er door optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen andere (gehele) getallen mee maken.

Bijvoorbeeld:

$$2 \times (3 + 4) = 14.$$

Hoeveel verschillende gehele getallen kun je zo maken?

(Geef bij elk getal ook alle mogelijke manieren om het met deze drie getallen te maken!)



## Testen

### Opgave 16

Voer de volgende berekeningen met de hand uit. Controleer ze vervolgens met je rekenmachine.

a  $12 + \frac{15}{2^3 - 5}$

b  $\frac{6 \times 10 + \sqrt{\frac{80}{5}}}{0,3 \times (-10)^2 - 14}$

### Opgave 17

Je koopt vijf boekenplanken van € 9,75 per stuk.

Bij elke boekenplank horen twee beugels van € 2,69 per stuk.

Verder koop je een zakje geschikte schroeven en bijpassende pluggen voor bevestigen aan de muur. Het zakje schroeven kost € 5,40 en het zakje pluggen kost € 2,35.

- a Wat is er mis met deze berekening van de totale kosten:  $9,75 + 2 \times 2,69 \times 5 + 5,40 + 2,35$  euro.
- b Bereken het juiste totaalbedrag.

### Opgave 18

Maak deze berekeningen kloppend door haakjes te plaatsen.

a  $40 - 25/2 + 1 = 5$

b  $2^5 + 31 \cdot 2^2 / \sqrt{16} + 3^3 = 36$

## 1.4 Afronden en schatten

### Inleiding

#### Je leert in dit onderwerp

- decimale getallen op de juiste wijze afronden;
- de uitkomst van een berekening van te voren schatten of in ieder geval de orde van grootte vaststellen.

#### Voorkennis

- rekenen met positieve en negatieve decimale getallen met de juiste rekenvolgorde.

### Verkennen

#### Opgave V1

Als je in een winkel bent, dan zie je veel bedragen staan van € 29,99 of € 2,49.

Dat doen winkeliers vaak omdat het dan lijkt of het bedrag lager is dan het in werkelijkheid is.

- Als je een mooi T-shirt van € 29,99 contant afrekent, hoeveel betaal je dan?
- Hoe heet het als je van getallen gehele getallen maakt?

#### Opgave V2

Je gaat met drie vrienden koffiedrinken met een lekkere appelpunt erbij. De koffie kost € 1,65 en een appelpunt is € 3,25. Jij betaalt de hele rekening.

- Heb je aan 20 euro genoeg?
- Bij het afrekenen moet je  $4 \times 1,65 + 3,25 = 9,85$  euro betalen. Waarom kan dit nooit goed zijn?
- Hoeveel moet je wel betalen?

### Uitleg 1

Vaak heb je na een berekening een getal in een flink aantal decimalen. Lang niet alle cijfers zijn van belang, zijn significant. Daarom rond je af tot alleen de significante cijfers overblijven.

Als je een getal wilt afronden op twee decimalen nauwkeurig, dus op twee cijfers achter de komma, dan kijk je naar de derde decimaal. Is de derde decimaal een 0, 1, 2, 3 of 4, dan rond je af naar beneden (de tweede decimaal blijft gelijk):

- $17,7834 \approx 17,78$
- $0,67285 \approx 0,67$



Is de derde decimaal een 5, 6, 7, 8 of 9, dan rond je af naar boven (je telt bij de tweede decimaal 1 op):

- $12,7864 \approx 12,79$
- $0,67914 \approx 0,68$

Het teken  $=$  betekent: 'is precies gelijk aan'. Het teken  $\approx$  betekent: 'is ongeveer gelijk aan'. Als je een getal afrondt, gebruik je dus  $\approx$ .

Als je bijvoorbeeld 2,49 wilt afronden op een geheel getal, kijk je alleen naar het eerste cijfer achter de komma. Je kijkt niet naar de tweede decimaal:  $2,49 \approx 2$ .

Je rondt in de praktijk niet altijd af naar het getal dat het dichtst in de buurt van je uitkomst ligt:

- Marieke is 15 jaar en 11 maanden oud. Ze mag nog niet op een brommer rijden, want ze is nog geen 16. Haar leeftijd wordt naar beneden afgerond.
- Voor het bakken van zeven grote pizzabodems heb je 1100 gram bloem nodig. Bloem wordt verkocht in pakken van 1000 gram. Als je zeven pizzabodems wilt bakken, koop je niet één, maar twee pakken bloem. Het aantal pakken bloem wordt naar boven afgerond.

### Opgave 1

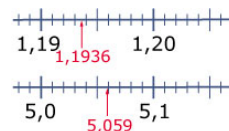
Iemand heeft een 6 als eindcijfer. Maar ze staat gemiddeld niet precies een 6.

- Welk cijfer staat ze minstens gemiddeld?
- Welk cijfer heeft ze hoogstens als eindcijfer?

### Opgave 2

Leg aan de hand van de figuren uit waarom:

- 1,1936 op drie decimalen afgerond gelijk is aan 1,194.
- 1,1936 op twee decimalen afgerond gelijk is aan 1,19.
- 5,059 op twee decimalen afgerond gelijk is aan 5,06.
- 5,059 op één decimaal afgerond gelijk is aan 5,1.



Figuur 1.1

### Opgave 3

Gebruik het ongeveerteken. Rond af op vier decimalen.

- 0,785607
- 32,359952

### Opgave 4

Gebruik het ongeveerteken. Bereken en rond je antwoord af op twee decimalen.

- $3 \times 0,3134 + 4 \times 0,052$
- $3 \times 0,3134 - 4 \times 0,052$
- $\frac{0,36}{9,15}$
- $\frac{9,15}{0,36}$



## Uitleg 2

Schatten betekent grof afronden.

Je gebruikt schatten bijvoorbeeld om uit te rekenen hoeveel iets ongeveer gaat kosten of hoeveel verf je ongeveer nodig hebt om je kamer te schilderen. Je rondt dan de preciese bedragen of maten grof af op getallen waarmee je gemakkelijk kunt rekenen.

Ook bij berekeningen op je rekenmachine is het verstandig om van tevoren de uitkomst te schatten.

Soms is het handig om ruim te schatten. Dan rond je alle getallen naar boven af. Je hebt natuurlijk geen zin om een dagje naar een pretpark te gaan en dan geen geld meer te hebben om wat te eten of te drinken te kopen.

Soms geef je alleen aan dat een getal tussen de 100 en de 1000 of tussen de 1000 en de 10000 ligt. Dit heet: de orde van grootte.

### Opgave 5

Je rekent op een rekenmachine uit  $628,463/0,95$ . Je antwoord is 66154.

- a Waarom kan dit nooit goed zijn?
- b Kennelijk ben je de decimale komma vergeten. Waar moet de komma in het antwoord? Gebruik geen rekenmachine!

### Opgave 6

Je gaat met drie vrienden pizza eten. Jullie eten twee Margherita's van € 6,95 per stuk en twee Marinara's van € 10,50 per stuk. Verder drinken jullie alle vier een glas fris van € 2,75 per stuk.

Heb je aan € 50,00 genoeg als je alles in één keer wilt afrekenen? Gebruik geen rekenmachine.

### Opgave 7

Bij de volgende opgaven ontbreekt in het antwoord de komma. Zet de komma op de juiste plaats door het antwoord te schatten (gebruik dus geen rekenmachine).

- a  $879,4 + 54,75 = 93415$
- b  $4376,7 - 3887,24 = 48946$
- c  $4,58 \times 16,2 = 74196$
- d  $5743 \times 6,5 = 373295$
- e  $\frac{651,298}{13,7} = 4754$
- f  $\frac{126,96552}{101,2} = 12546$

### Opgave 8

Bepaal zonder rekenmachine de orde van grootte van het antwoord.

- a  $24 \times 512$
- b  $0,24 \times 512$





c  $\frac{24}{512}$

d  $\frac{0,24}{512}$

## Theorie en voorbeelden

### Om te onthouden

**Afronden** betekent dat je een getal eenvoudiger schrijft, met minder cijfers.

Je doet dit om de cijfers die niet belangrijk zijn in een bepaalde situatie buiten beschouwing te laten.

Alleen de **significante cijfers** (betekenisvolle cijfers) blijven over.

Heb je 17,06482 als uitkomst van een berekening en moet je in één decimaal nauwkeurig werken, dan kijk je (alleen) naar de tweede decimaal

- Is de tweede decimaal 4 of lager dan rond je naar beneden af. De eerste decimaal verandert dan niet.
- Is de tweede decimaal 5 of hoger dan rond je naar boven af. De eerste decimaal wordt dan 1 hoger.

Dus  $17,06482 \approx 17,1$  als je op één decimaal nauwkeurig moet afronden.

Het teken  $\approx$  betekent 'ongeveer'.

**Schatten** is grof afronden.

Je doet dit omdat je dan getallen krijgt waarmee je gemakkelijk uit het hoofd kunt rekenen.

Je kunt vooraf uit het hoofd bepalen hoeveel er ongeveer uit een berekening zal komen. En daarmee kun je foute berekeningen voorkomen.

Soms geef je alleen aan dat een getal tussen bijvoorbeeld de 100 en de 1000 of tussen de 1000 en de 10000 ligt. Dit heet: de **orde van grootte**.



Figuur 1.2

### Voorbeeld 1

Een eindcijfer is vaak een geheel getal vanaf 1 t/m 10. Dit betekent dat maar één cijfer significant is. Je moet dit eindcijfer berekenen uit onderzoeksverslagen en toetsen. Het hangt er dan van af hoe vaak deze meewegen. Neem aan dat een onderzoeksverslag twee keer zo zwaar weegt als een toets.

Je hebt de volgende resultaten:

- toetsen: 7,5 en 6,9 en 8,1
- onderzoeksverslagen: 8,0 en 5,4

Bereken het juiste eindcijfer, zowel op één decimaal nauwkeurig als afgerond op een geheel getal.

## Antwoord

Je telt eerst alle resultaten bij elkaar op en houdt daarbij rekening met hoe vaak een resultaat meetelt:

$$7,5 + 6,9 + 8,1 + 8,0 \times 2 + 5,4 \times 2 = 49,3$$

Dit deel je door het aantal keer dat elk resultaat meeweegt, dus door:  $1 + 1 + 1 + 2 + 2 = 7$ .

$$\frac{49,3}{7} = 7,04285714...$$

Je eindcijfer is afgerond op één decimaal een 7,0.

Je eindcijfer is afgerond op gehele getallen een 7.

## Opgave 9

Voor een bepaald vak heb je twee toetsen en drie verslagen gemaakt en één presentatie gehouden. Voor de toetsen heb je een 7,8 en een 6,4 en voor de verslagen een 4,2, een 7,3 en een 8,1 gescoord. De presentatie is met een 8 beoordeeld. Voor het eindcijfer wegen de toetsen drie keer zo zwaar en weegt de presentatie twee keer zo zwaar als een verslag.

- Bereken het eindcijfer afgerond op één decimaal.
- Bereken het eindcijfer afgerond op een geheel getal.

## Opgave 10

Rond de volgende getallen af op twee decimalen nauwkeurig.

- 15,0374
- 15,0347
- 15,3074
- 15,3047

## Voorbeeld 2

Vaak is het handig om eerst een schatting van een deel te maken en dan het totaal te schatten.

- Een Italiaans restaurant wil weten hoeveel pizza's men per jaar verkoopt. Ze tellen een week lang hoeveel pizza's ze verkopen en vermenigvuldigen dat aantal met 52.
- Je wilt weten hoeveel spaghetti er nodig is voor veertien personen. Een handvol spaghetti geeft een schatting van de hoeveelheid spaghetti voor één persoon. Die hoeveelheid neem je dan met 14 keer.

Soms maak je een schatting door te vergelijken met een afmeting die je kent.

- Je weet hoe lang je zelf bent. Dus zal een deur ongeveer 2 meter hoog zijn.
- Een deur is ongeveer 2 meter. Dus de verdiepingen van een flat zullen tussen 2,5 meter en 3 meter in zitten. Een flat van tien verdiepingen zal dus zo'n kleine 30 meter hoog zijn.

### Opgave 11

In februari moet iemand € 19,35 betalen voor zijn smartphonegebruik.

Schat welk bedrag deze persoon per jaar kwijt is aan zijn smartphonegebruik. Leg ook uit waarom het lang niet zeker is dat het geschatte bedrag het werkelijke bedrag is.

### Opgave 12

Maak een schatting van de hoogte van het flatgebouw. Licht je antwoord toe.



Figuur 1.3

### Opgave 13

Maak eerst een schatting van het antwoord en reken vervolgens het antwoord uit.

- a  $39,8 + 213$
- b  $753,14 - 25,5$
- c  $\frac{682,5}{250}$
- d  $1209 \times 4,92$

## Oefenen

### Opgave 14

Rond de getallen af op één decimaal.

- a 12,36
- b 312,139

Rond de volgende getallen af op twee decimalen.

- c 4,5549
- d 12,506

### Opgave 15

Je hebt een strook kunststof folie van 2 bij 10 m.

Daarmee ga je ronde tafelbladen bekleden, alleen de bovenkant.

De randen worden met een speciaal profiel afgewerkt.

De oppervlakte van een cirkel is  $\pi \times r^2$ , waarin  $r$  de straal van de cirkel is. Van deze tafelbladen is  $r = 0,73$  m.

- Hoeveel van die tafelbladen kun je bekleden als je alleen ronde stukken uitsnijdt? Maak eerst een schatting.
- Bereken hoe groot elk ronde stuk moet zijn afgerond op gehele  $\text{cm}^2$ .

### Opgave 16

Je hebt in een bepaalde periode voor een bepaald vak drie toetsen gemaakt en een 6,1, een 8,4 en een 7,6 gehaald. Daarnaast heb je een presentatie gehouden waarvoor je een 7,5 kreeg. Voor de twee practicumverslagen heb je een 9,1 en een 6,6 gehaald. De toetsen worden drie keer zo zwaar en de presentatie wordt twee keer zo zwaar als de practicumverslagen meegeteld. Bereken het eindcijfer van die periode op één decimaal nauwkeurig en ook afgerond op een geheel getal.

### Opgave 17

In winkels wordt bij contant betalen niet langer met eurocenten gerekend. Alle bedragen worden bij de kassa afgerond op veelvouden van vijf eurocent.

- Hoeveel wordt € 10,99 aan de kassa?
- Hoeveel wordt € 8,86 aan de kassa?
- Wat kun je beter doen: in één keer vier flessen cola van € 1,29 per stuk kopen of vier keer één fles?

### Opgave 18

Iemand vindt met zijn rekenmachine  $\frac{1204}{15,6} = 7,717948718$ .

- Waarom zie je meteen dat in het antwoord de komma niet op de juiste plaats staat?
- Laat met behulp van een schatting zien waar de komma hoort te staan.
- Waarom is het voor de plaats van de komma genoeg als je de orde van grootte van het antwoord weet?
- Waarom mag je zelfs met de komma op de juiste plek geen isgelijkteken gebruiken in deze berekening?
- Geef het juiste antwoord afgerond op twee decimalen nauwkeurig.



### Opgave 19

Bereken. Maak eerst een schatting van het antwoord.

- a  $31,5 + 2,8$
- b  $31,5 - 2,8$
- c  $31,5 \times 2,8$
- d  $\frac{31,5}{2,8}$

### Toepassen

Het schatten van afmetingen en hoeveelheden en dergelijke is in de praktijk nogal belangrijk. Hoe beter je schattingen, hoe nauwkeuriger je bijvoorbeeld bepaalde kosten kunt berekenen zonder dat je veel tijd moet stoppen in het doen van metingen en langdurige tellingen.

Hier zie je daar een paar voorbeelden van.

### Opgave 20

Schat het aantal zitplaatsen in deze concertzaal.



Figuur 1.4

### Opgave 21

Hier zie je een Amerikaanse schoolbus.

- a Hoe hoog schat je deze bus?
- b Hoe lang schat je deze bus?
- c Hoeveel scholieren zal deze bus ongeveer kunnen vervoeren?



Figuur 1.5

**Opgave 22**

Hier zie je twee flessen. In de kleine fles gaat 1 liter.

Hoeveel gaat er ongeveer in de grote fles?



Figuur 1.6

**Testen****Opgave 23**

Rond de getallen af op twee decimalen.

- a 14,6384
- b 12,381

**Opgave 24**

Bereken. Maak eerst een schatting van het antwoord.

- a  $53,2 + 4,7$
- b  $18,4 - 2,6$
- c  $3,8 \times 4,3$
- d  $\frac{18,6}{3,2}$

**Opgave 25**

Je gaat een macaronischotel maken. Daarvoor zijn de volgende ingrediënten nodig: een pak macaroni voor € 0,83, een pak gehakt voor € 3,00, een paprika voor € 0,46, een blikje tomatenpuree voor € 0,09 en een prei voor € 0,23.

- a Hoeveel kost dit ongeveer?
- b Je betaalt met € 10,00. Hoeveel krijg je terug?

## 1.5 Machten van 10 en technische notatie

### Inleiding

#### Je leert in dit onderwerp

- grote of kleine getallen schrijven met behulp van machten van 10;
- de wetenschappelijke notatie gebruiken en daarmee rekenen;
- de technische notatie gebruiken en daarmee rekenen.

#### Voorkennis

- rekenen met positieve en negatieve decimale getallen met de juiste rekenvolgorde;
- afronden en significante cijfers gebruiken;
- het begrip macht en met machten werken.

### Verkennen

#### Opgave V1

Als iemand tegen je zegt dat er in 2017 precies 17.203.670 Nederlanders waren, geloof je hem natuurlijk niet.

- Waarom niet?
- Kun je een meer zinvolle uitspraak doen?
- Hoe kun je een getal als 17000000 overzichtelijker opschrijven?

#### Uitleg 1

Grote getallen met veel nullen kun je beter wat overzichtelijker noteren.

Neem bijvoorbeeld het aantal Nederlanders in 2016. Dat ligt rond de 17000000.

Je kunt dit korter schrijven als 17 miljoen.

Maar ook als

$$17000000 = 17 \cdot 1000000 = 17 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 17 \cdot 10^6.$$

Daarbij gebruik je machten van 10:  $10^2 = 10 \cdot 10$ ,  $10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10$ , enzovoorts.

(Als vermenigvuldigingsteken gebruik je vanaf nu meestal de (hoge) punt.)

Het getal dat aangeeft hoe vaak je 10 met zichzelf vermenigvuldigt, heet de exponent.

Als je met getallen in die vorm wilt rekenen, bedenk dan wel dat:

- $10^6 \cdot 10^2 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^8$  (exponenten optellen)
- $10^6 / 10^2 = (10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10) / (10 \cdot 10) = 10^4$  (exponenten aftrekken)
- $10^2 / 10^2 = (10 \cdot 10) / (10 \cdot 10) = 1$  en  $10^2 / 10^2 = 10^0$  (exponenten aftrekken), dus  $10^0 = 1$

Er zijn twee belangrijke notaties voor grote getallen:

- De wetenschappelijke notatie:  $17000000 = 1,7 \cdot 10^7$  waarin het getal voor de macht altijd een getal vanaf 1 tot kleiner dan 10 is.
- De technische notatie:  $17000000 = 17 \cdot 10^6$  waarin de exponent van de macht van 10 altijd een drievoud is.

Rekenmachines gebruiken soms de E voor 'exponent'. Dan wordt  $17 \cdot 10^6$  weergegeven als 17 E 6.

### Opgave 1

Bekijk **Uitleg 1**.

- Schrijf 100000 als macht van 10.
- Leg uit waarom  $304586 = 3 \cdot 10^5 + 4 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^1$ .
- Schrijf 2050031 met machten van 10 op dezelfde manier als bij b.

### Opgave 2

Grote getallen zijn bijvoorbeeld 1 miljoen en 1 miljard.

- Schrijf deze getallen als macht van 10.
- Schrijf 135 miljard in de technische notatie
- Schrijf 135 miljard in de wetenschappelijke notatie

### Opgave 3

Enkele uitspraken met grote getallen.

- Ongeveer 3 miljoen jaar geleden zijn de dinosauriërs uitgestorven.
- Volgens het ministerie komt ons nationaal inkomen uit op 468 miljard.
- De afstand van de aarde tot de zon is in januari ongeveer 147100000 km.

Schrijf deze getallen in de wetenschappelijke notatie en in de technische notatie.

### Uitleg 2

Voor kleine getallen gebruik je (denk om het aftrekken van de exponenten):

- $0,1 = \frac{1}{10} = \frac{10^0}{10^1} = 10^{-1}$
- $0,01 = \frac{1}{100} = \frac{10^0}{10^2} = 10^{-2}$
- $0,001 = \frac{1}{1000} = \frac{10^0}{10^3} = 10^{-3}$
- enzovoort.





Heel kleine getallen zoals 32 miljoenste = 0,000032 kun je daarom als volgt in de wetenschappelijke notatie schrijven:

$$0,000032 = 3,2 \cdot 0,00001 = 3,2 \cdot \frac{1}{100000} = 3,2 \cdot 10^{-5}.$$

Heel kleine getallen zoals 32 miljardste = 0,000032 kun je daarom als volgt in de technische notatie schrijven:

$$0,000032 = 32 \cdot 0,000001 = 32 \cdot \frac{1}{1000000} = 32 \cdot 10^{-6}.$$

#### Opgave 4

Bekijk **Uitleg 2**.

- a Schrijf 0,00001 als macht van 10.
- b Leg uit waarom  $30,4596 = 3 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^{-1} + 5 \cdot 10^{-2} + 9 \cdot 10^{-3} + 6 \cdot 10^{-4}$
- c Schrijf het getal 0,01035 op dezelfde manier.

#### Opgave 5

Kleine getallen zijn bijvoorbeeld 1 miljoenste en 1 miljardste.

- a Schrijf deze getallen als macht van 10.
- b Schrijf 135 miljardste in de technische notatie
- c Schrijf 135 miljardste in de wetenschappelijke notatie

#### Opgave 6

Enkele uitspraken met kleine getallen.

- Sommige eencelligen zijn slechts 2,5 miljoenste mm breed.
- Aluminiumfolie is ongeveer 150 miljoenste meter dik.

Schrijf deze getallen in de wetenschappelijke notatie en in de technische notatie.

### Theorie en voorbeelden

#### Om te onthouden

Bij het werken met hele grote en hele kleine getallen gebruik je **machten van 10** zoals:  $10000 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^4$ .

Het getal 4 is de **exponent** van de macht van 10.

Er zijn twee belangrijke notaties voor grote/kleine getallen:

- De **wetenschappelijke notatie** waarin het getal voor de macht van 10 altijd een getal vanaf 1 tot kleiner dan 10 is.  
 $153 \text{ miljard} = 153000000000 = 1,53 \cdot 10^{11}$   
 $45 \text{ miljoenste} = 0,000045 = 4,5 \cdot 10^{-5}$
- De **technische notatie** waarin de exponent van de macht van 10 altijd een drievoud is en het getal voor de macht van 10 altijd een getal vanaf 1 tot kleiner dan 1000 is.  
 $153 \text{ miljard} = 153000000000 = 153 \cdot 10^9$   
 $45 \text{ miljoenste} = 0,000045 = 45 \cdot 10^{-6}$

Als vermenigvuldigingsteken gebruik je meestal de (hoge) punt.

Bij getallen vanaf 1 tot 1000 gebruik je de gewone schrijfwijze.

Je gaat niet bijvoorbeeld 23 schrijven als  $23 \cdot 10^0$  of  $0,023 \cdot 10^3$ .



### Voorbeeld 1

De lichtsnelheid is in het vacuüm (het luchtledige) gelijk aan 299792458 m/s.

Het licht legt dus ongeveer  $300000000 = 3,0 \cdot 100000000$  meter per seconde af.

De wetenschappelijke notatie van de lichtsnelheid is  $3,0 \cdot 10^8$  m/s.

Hoeveel km/h is dat? Geef je antwoord zowel in de wetenschappelijke als in de technische notatie.

Antwoord

Om de lichtsnelheid in m/s om te rekenen naar kilometer per uur moet je dit getal vermenigvuldigen met 3600 (het aantal seconden in een uur) en vervolgens delen door 1000 (het aantal meter in een kilometer).

Dus is de lichtsnelheid ongeveer

$$3,6 \cdot 3,0 \cdot 10^8 = 10,8 \cdot 10^8 = 1,08 \cdot 10^9 \text{ km/h.}$$

Hier zijn de technische en de wetenschappelijke notatie hetzelfde.

### Opgave 7

Bekijk in **Voorbeeld 1** hoeveel de lichtsnelheid in m/s bedraagt. Gebruik de wetenschappelijke notatie.

- a Het omrekenen van m/s naar km/h kan in twee stappen. Bereken eerst de lichtsnelheid in m/h.
- b Reken de lichtsnelheid in m/h nu om naar km/h.

### Opgave 8

De omtrek van de aarde is 40000 km. Als mensen hand in hand staan met de armen gespreid, zitten de middens van hun lichamen ongeveer 1,5 meter van elkaar.

- a Hoeveel mensen moeten er hand in hand staan met de armen gespreid om de aarde te omspannen? Geef je antwoord in de wetenschappelijke notatie in één decimaal nauwkeurig.  
Er zijn ongeveer 7 miljard mensen op de aarde.
- b Hoeveel keer kunnen zij op de beschreven manier de aarde omspannen? Geef je antwoord in de wetenschappelijke notatie in één decimaal nauwkeurig.

### Voorbeeld 2

Een meter is gedefinieerd als de afstand die het licht in  $\frac{1}{299792458}$  seconde aflegt. Hoelang doet het licht over het afleggen van 1 meter? Geef je antwoord in de wetenschappelijke en in de technische notatie in drie significante cijfers.

Antwoord

Als je deze deling met de rekenmachine uitvoert, dan krijg je waarschijnlijk  $3,33564... \cdot 10^{-9}$  seconden.

Je kunt de rekenmachine ook in de wetenschappelijke of de technische notatie zetten. Je vindt dan hetzelfde.

Met drie significante cijfers wordt dit ongeveer  $3,34 \cdot 10^{-9}$ .

## Opgave 9

Neem voor de lichtsnelheid  $3,0 \cdot 10^8$  m/s. De afstand van de aarde tot de zon is ongeveer  $1,5 \cdot 10^8$  km.

Hoelang is het licht onderweg vanaf de zon naar de aarde?

## Opgave 10

Bekijk de foto van de huisstofmijt. Deze diertjes leven van menselijke huidschilfers. In een hoofdkussen van je bed kunnen er wel 12000 voorkomen. Sommige mensen zijn allergisch voor huisstofmijt. Een huisstofmijt weegt gemiddeld slechts  $1,5 \cdot 10^{-3}$  gram en heeft afmetingen van ongeveer 0,3 mm breed tot 0,5 lang. Je kunt ze met het blote oog niet zien.

Hoeveel wordt je kussen zwaarder tengevolge van de huisstofmijt er in?



Figuur 1.1

## Voorbeeld 3

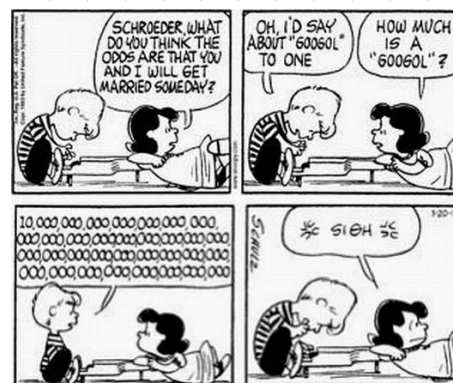
Voor  $1 \cdot 10^{100}$  bestaat de naam googol.

Deze naam is omstreeks 1920 bedacht door een negenjarig neefje van de Amerikaanse wiskundige Edward Kasner. De naam Google is hiervan afgeleid door Larry Page, één van de oprichters van deze zoekmachine.

Op veel rekenmachines is dit getal de grens voor de getallen die weergegeven kunnen worden.

Het getal is ongeveer zo groot als  $70 \cdot 69 \cdot 68 \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ .

1 googolplex =  $1 \cdot 10^{\text{googol}}$ , een 1 met googol nullen.



Figuur 1.2

## Opgave 11

Je weet nu hoeveel een 'googol' is.

- Hoeveel is  $\text{googol}^2$ ?
- Hoeveel is  $\sqrt{\text{googol}}$ ?

## Oefenen

### Opgave 12

Schrijf als macht van 10:

- 1000
- 1000000000
- 10 miljard
- 0,001
- $\frac{1}{100000}$
- 10 miljardste

**Opgave 13**

Schrijf in de wetenschappelijke en in de technische notatie:

- a 123 miljoen
- b 614000000000
- c 0,00001496
- d 0,000000000000042

**Opgave 14**

Gebruik bij de volgende berekeningen de technische notatie. Geef je antwoord ook in die vorm.

- a In Nederland wonen ongeveer 16 miljoen mensen. Het gemiddeld inkomen van een Nederlander is ongeveer € 18.000,-. Bereken het nationaal inkomen (het inkomen van alle Nederlanders samen).
- b In Nederland zijn er jaarlijks ongeveer 1,5 miljoen middelbare scholieren. Zo'n scholier kost de overheid gemiddeld € 4500,-. Hoeveel geeft de overheid jaarlijks ongeveer uit aan middelbaar onderwijs?

**Opgave 15**

Bacteriën zijn micro-organismen. Een bepaald soort bacterie heeft een gewicht van  $2,4 \cdot 10^{-8}$  kg.

- a Op een plant bevinden zich 3,2 miljoen van deze bacteriën. Hoeveel wegen deze bacteriën samen?
- b Hoeveel van deze bacteriën wegen samen 1 kg?

**Opgave 16**

Uit Wikipedia (13-11-2009):

Een amoebe (spreek uit als 'ameube') is een eencellig organisme dat bestaat uit protoplasma met één of meerdere kernen. Het endoplasma (binnenste laagje) is troebel en korrelig terwijl het ectoplasma (buitenste laagje) meestal helder is. Het organisme behoort tot de wortelpotigen en varieert afhankelijk van de soort tussen de 0,003 en 0,080 mm.

$$1 \text{ mm} = \frac{1}{1000} \text{ m.}$$

Hoeveel meter is een amoebe van 0,080 mm? Geef je antwoord in de wetenschappelijke notatie en in de technische notatie.

**Opgave 17**

Bereken en geef je antwoord in de technische notatie.

- a  $4,5 \cdot 10^{-8} \cdot 3 \cdot 10^3$
- b  $\frac{6 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 10^{-5}}$
- c  $\frac{2,5 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 10^{-2}}{5 \cdot 10^4}$



## Toepassen

Bekijk de video 'Machten van 10' (Engelstalig).

### Opgave 18

Een lichtjaar is de afstand die het licht in een jaar aflegt. De lichtsnelheid is ongeveer  $3 \cdot 10^8$  m/s. Een astronomische eenheid is de gemiddelde afstand (AE) van de aarde tot de zon: 1 AE = 149,6 miljoen kilometer. Vooral in de sterrenkunde zijn lichtjaar en AE nuttige maten.

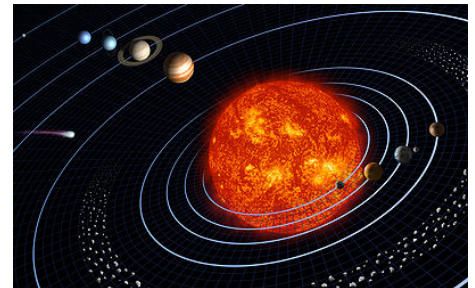
De **dubbelster Alpha Centauri** vormt samen met de veel zwakkere Proxima Centauri een drievoudig systeem, dat zich van alle sterren het dichtst bij ons zonnestelsel bevindt. De afstand tot de zon bedraagt 4,36 lichtjaar.

- Hoeveel km is 1 lichtjaar? En hoeveel AE?
- Hoeveel km is Alpha Centauri van onze zon verwijderd? En van de aarde?
- Stel je voor dat je in een ruimteschip met 20000 km/uur van de aarde rechtstreeks naar de zon zou kunnen vliegen. Hoe lang doe je daar dan over? En hoe lang doe je over de reis naar Alpha Centauri?

### Opgave 19

Ons **Zonnestelsel** bestaat uit een ster (de zon) en 8 planeten. Je wilt een schaalmodel maken van het zonnestelsel dat nog in een schoollokaal past. Zoek de afmetingen van deze planeten en hun onderlinge afstanden op.

Bereken hoe groot je de afmetingen van de planeten moet maken en hoe groot je de (bijna) cirkelvormige banen om de zon moet maken. Geef een overzicht van alle afmetingen.



Figuur 1.3

## Testen

### Opgave 20

Schrijf de volgende getallen in de wetenschappelijke notatie en in de technische notatie. Gebruik twee significante cijfers.

- 12500000
- 0,004078253

### Opgave 21

Er worden per dag 750000 boterhammen met hagelslag in Nederland gegeten. Hoeveel zijn dat er per jaar? Geef je antwoord in de technische notatie.

## Opgave 22

Een olifant krijgt per dag ongeveer 180 kilogram aan voedsel binnen. Hiervan scheidt de olifant ongeveer 60 kilogram uit als mest. Hier kan tegenwoordig papier van worden gemaakt. Per 10 kilogram mest kan 8 kilogram papier worden gemaakt.

Er zijn ongeveer 550000 olifanten op de wereld. Als we van al die olifanten de mest zouden verzamelen om papier te maken, hoeveel papier zouden we dan in een jaar maken? Geef je antwoord in de technische notatie.

## 1.6 Eenheden

### Inleiding

#### Je leert in dit onderwerp

- bij bekende grootheden de juiste eenheden kiezen;
- eenheden (met voorvoegsels) omrekenen.

#### Voorkennis

- rekenen met positieve en negatieve decimale getallen met de juiste rekenvolgorde;
- aflezen van een getallenlijn (schaalverdeling).

### Verkennen

#### Opgave V1

Er is in 3 uur tijd op een bepaalde plaats 42 mm water per  $\text{m}^2$  gevallen.

Hoeveel liter water is er in die tijd op het platte dak van een school met een oppervlakte van  $400 \text{ m}^2$  gevallen? (Rond af op hele L).

#### Opgave V2

Op 16 augustus 2009 liep Usain Bolt op de 100 meter een wereldrecord van 9,58 seconden. Op dat moment was het wereldrecord 100 m voor vrouwen 10,49 seconden en stond het op naam van Florence Griffith-Joyner sinds 16 juli 1988.

Hoeveel m zou Usain Bolt op de finishlijn hebben voorgelegen als ze tegen elkaar hadden gelopen tijdens hun recordloop? (Geef je antwoord in dm nauwkeurig).

### Uitleg

Je hebt leren werken met maten voor lengte, oppervlakte en inhoud. Maar er zijn veel meer grootheden die je kunt meten. Bijvoorbeeld:

- tijd in uren, minuten, seconden, dagen, jaren, ...;
- gewicht in gram (g);
- temperatuur in graden Celsius ( $^{\circ}\text{C}$ ) of graden Fahrenheit ( $^{\circ}\text{F}$ );
- grootte van computerbestanden in byte (b);
- geluidssterkte in decibel (dB);
- snelheid in meter per seconden (m/s) of kilometer per uur (km/h).

Bij eenheden als kilometer zie je ook al een voorvoegsel staan. De officiële eenheid is de meter, kilo betekent 1000, dus  $1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$ .



Er zijn nog veel meer voorvoegsels.

De bekendste zijn:

- milli voor duizendste;
- centi voor honderdste;
- deci voor tiende;
- deca voor 10;
- hecto voor 100;
- kilo voor 1000.

Maar dit zijn ze nog lang niet allemaal...

### Opgave 1

Bekijk in de **Uitleg** enkele veel voorkomende eenheden en hun voorvoegsels. Leer vooral die voorvoegsels en hun betekenis goed uit je hoofd.

- a** Stel: je hebt 1 mg van een bepaalde stof.  
Van welk woord is 'm' de afkorting?  
En hoeveel gram heb je nu?
- b** En hoeveel g is 1 kg? Geef je antwoord als getal zonder voorvoegsel.  
1 Mg (megagram) is 1 miljoen gram.
- c** Hoeveel kg is 1 Mg?
- d** In de praktijk wordt voor Mg het woord 'ton' gebruikt.  
Hoeveel kg is een megaton? Schrijf je antwoord zo kort mogelijk.

### Opgave 2

Elke liter water weegt 0,998 kg.

- a** Hoeveel g weegt 1 mL water? Geef je antwoord in decimalen.
- b** Een liter zeewater weegt ongeveer 1,024 kg. Je mengt een liter zeewater met een liter water en haalt daar 1 mL gemengd water uit. Hoeveel g weegt die mL? Geef een exact antwoord.

### Opgave 3

In de nanotechnologie wordt gewerkt met afstanden van nanometers:  $1 \text{ nm} = 1 \text{ miljardste m}$ .

Hoeveel mm is 3,1 nm? Geef je antwoord als normaal decimaal getal.



## Theorie en voorbeelden

### Om te onthouden

In het **S.I.-stelsel** zijn alle gebruikte **grootheden** met hun **eenheden** vastgelegd.

Hieronder zie je een lijst met veel voorkomende grootheden en hun eenheden.

| grootheid            | letter | eenheid                | symbool                         |
|----------------------|--------|------------------------|---------------------------------|
| lengte               | $l$    | meter                  | m                               |
| oppervlakte          | $A$    | vierkante meter        | $m^2$                           |
| inhoud, volume       | $V$    | kubieke meter<br>liter | $m^3$<br>L (1 L = 0,001 $m^3$ ) |
| massa                | $m$    | kilogram               | kg                              |
| tijd                 | $t$    | seconde                | s                               |
| temperatuur          | $T$    | graden Celsius         | $^{\circ}\text{C}$              |
| absolute temperatuur | $T$    | Kelvin                 | K                               |
| elektrische stroom   | $I$    | ampère                 | A                               |
| snelheid             | $v$    | meter per seconde      | m/s                             |
| bestands grootte     |        | byte                   | b                               |

Tabel 1.1

Eenheden die zijn samengesteld uit meer dan één eenheid (zoals m/s), noem je **samengestelde eenheden**. Meestal gebruik je **voorvoegsels** om tienvouden van die eenheden aan te geven.

De belangrijkste voorvoegsels zijn:

| voorvoegsel | afkorting | betekenis  | waarde               | voorvoegsel | afkorting | betekenis  | waarde             |
|-------------|-----------|------------|----------------------|-------------|-----------|------------|--------------------|
| deci        | d         | tiende     | 0,1                  | deca        | da        | tiental    | 10                 |
| centi       | c         | honderdste | 0,01                 | hecto       | h         | honderdtal | 100                |
| milli       | m         | duizendste | $0,001 = 10^{-3}$    | kilo        | k         | duizendtal | $1000 = 10^3$      |
| micro       | $\mu$     | miljoenste | $0,000001 = 10^{-6}$ | Mega        | M         | miljoen    | $1.000.000 = 10^6$ |
| nano        | n         | miljardste | $10^{-9}$            | Giga        | G         | miljard    | $10^9$             |
| pico        | p         | biljoenste | $10^{-12}$           | Tera        | T         | biljoen    | $10^{12}$          |

Tabel 1.2



Figuur 1.1

### Voorbeeld 1

Het omrekenen van eenheden komt veel voor.

Je ziet een paar voorbeelden:

- Van liter naar  $m^3$ :  
 $1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ dm} \times 1 \text{ dm} \times 1 \text{ dm} = 0,1 \text{ m} \times 0,1 \text{ m} \times 0,1 \text{ m} = 0,001 \text{ m}^3$
- Van centiliter naar  $cm^3$ :  
 $1 \text{ cL} = 0,01 \text{ L} = 0,01 \text{ dm}^3 = 0,01 \times 1000 \text{ cm}^3 = 10 \text{ cm}^3$



- Van milliliter naar  $\text{cm}^3$ :  
 $1 \text{ mL} = 0,001 \text{ L} = 0,001 \text{ dm}^3 = 0,001 \times 1000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ cm}^3$
- Van MB (megabyte) naar kB (kilobyte):  
 $1 \text{ MB} = 1 \text{ miljoen B} = 10^6 \text{ B} = 1000 \text{ kB}$
- Van kg naar mg:  
 $1 \text{ kg} = 10^3 \text{ g} = 10^4 \text{ dg} = 10^5 \text{ cg} = 10^6 \text{ mg}$
- Van  $\text{m}^3$  naar  $\text{cm}^3$ :  
 $1 \text{ m}^3 = 100 \text{ cm} \times 100 \text{ cm} \times 100 \text{ cm} = 10^6 \text{ cm}^3$
- Van  $\text{m}^3$  naar  $\text{km}^3$ :  
 $1 \text{ m}^3 = 10^{-3} \text{ km} \times 10^{-3} \text{ km} \times 10^{-3} \text{ km} = 10^{-9} = 1 \text{ miljardste km}^3$

#### Opgave 4

In **Voorbeeld 1** zie je enkele voorbeelden van het omrekenen van eenheden.

- a Hoeveel  $\text{cm}^3$  is 1 dL?
- b Een 'ons' is een oude benaming voor 1 hg. Hoeveel g is dat?
- c Hoeveel L gaan er in 1  $\text{m}^3$ ?
- d Een 'are' is 1  $\text{dam}^2$ . Hoeveel  $\text{m}^2$  is 1 hectare ('hecto-are')?

#### Opgave 5

Vul in.

- a  $0,013 \text{ m}^3 = \dots \text{ L}$
- b  $12 \text{ nm} = \dots \text{ cm}$
- c  $3,15 \text{ ha} = \dots \text{ m}^2$
- d  $0,31 \text{ hL} = \dots \text{ cm}^3$
- e  $125 \text{ mL} = \dots \text{ cm}^3$
- f  $0,95 \text{ kg} = \dots \text{ mg}$

#### Opgave 6

Voor de grootte van databestanden worden de megabyte (1 MB = 1 miljoen byte), de gigabyte (1 GB = 1 miljard byte) en bij de opslag zelfs de terabyte (1 TB = 1 biljoen byte) gebruikt.

- a Hoeveel MB is 2,95 GB?
- b Hoeveel MB is 0,95 TB?

#### Opgave 7

Schrijf de volgende hoeveelheden eerst in de technische notatie en daarna met een voorvoegsel.

- a 60000 Pa
- b 0,000015 W
- c  $5 \cdot 10^7 \text{ V}$
- d 0,0045 A
- e  $15 \cdot 10^5 \Omega$
- f 35.000.000.000 Hz



### Voorbeeld 2

De tijd is een speciale grootheid: de eenheid van tijd is de seconde, maar je spreekt niet van een decaseconde om 10 seconden of een kiloseconde om 1000 seconden aan te geven. Voor grotere tijdseenheden gebruik je namen als:

- minuut: 1 minuut = 60 seconden = 60 s
- uur: 1 uur = 60 minuten =  $60 \times 60$  seconden = 3600 s
- dag: 1 dag = 24 uur =  $24 \times 60$  minuten =  $24 \times 3600$  seconden = 86400 s

En dan zijn er nog meer begrippen: een etmaal (1 dag), de maand (tussen de 28 en de 31 dagen), het jaar (ongeveer 365 dagen), de eeuw (100 jaar). Dit is cultureel bepaald en daarom niet overal hetzelfde.

Kleinere tijdseenheden zijn: de tiende seconde, de honderdste seconde, de milliseconde (duizendste seconde), enzovoort.

### Opgave 8

De tijdrekening heeft zijn eigen systeem.

- Hoeveel ms (milliseconde) gaan er in 1 dag?
- Hoeveel dagen, uren, minuten en seconden zou 1 megaseconde moeten zijn?

### Opgave 9

De omtrek van de aarde is 40000 km.

- Je fietst gemiddeld 20 km in een uur. Hoeveel dagen en uren doe je over deze afstand?
- Stel je voor dat je met een raket zo snel zou kunnen gaan dat je de omtrek van de aarde in 1 uur aflegt. De afstand tot de planeet Mars is vanaf de aarde ongeveer 56 miljoen km. Hoeveel dagen en uur doe je daar over?

### Voorbeeld 3

Voor de grootheid snelheid worden de samengestelde eenheden km/h of m/s gebruikt. Regelmatig moet je omrekenen van km/h naar m/s of omgekeerd:

- $1 \text{ km/h} = \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = \frac{1}{3,6} \text{ m/s}$
- $1 \text{ m/s} = 3600 \text{ m/h} = 3,6 \text{ km/h}$

Dus een auto die 50 km/h rijdt, heeft een snelheid van  $\frac{50}{3,6} = 13,88888... \text{ m/s}$ .

Een deeltje dat met 120 m/s voortbeweegt, heeft een snelheid van  $120 \times 3,6 = 432 \text{ km/h}$ .

### Opgave 10

Bij een grootheid als snelheid heb je te maken met samengestelde eenheden zoals m/s of km/h.

- Voor lucht bij kamertemperatuur (20 °C) is de geluidssnelheid ongeveer 343 m/s. Hoeveel km/h is dat? Geef je antwoord in één decimaal nauwkeurig.



Figuur 1.2



- b** De lichtsnelheid is ongeveer 300000 km/s. Hoeveel km/h is dat? Geef je antwoord in wetenschappelijke notatie.
- c** Hoeveel m/s bedraagt de lichtsnelheid? Geef je antwoord in wetenschappelijke notatie.

### Opgave 11

De soortelijke massa (of 'dichtheid') van een bepaalde stof is het gewicht bijvoorbeeld per  $\text{dm}^3$  of per  $\text{cm}^3$ . Zo heeft gewoon water een soortelijke massa van  $0,998 \text{ kg/dm}^3$ .

- a** Hoeveel  $\text{g/cm}^3$  is de soortelijke massa van water?
- b** Hoeveel kg weegt  $1 \text{ m}^3$  water?
- c** Goud heeft een soortelijke massa van  $19,2 \text{ kg/dm}^3$ . Een gouden ring heeft een volume van  $0,4 \text{ mL}$ . Hoeveel gram weegt deze ring? Rond af op één decimaal.

## Oefenen

### Opgave 12

Kubieke centimeter wordt ook wel afgekort tot cc ('cubic centimetre'). Een bromfietsmotor van 50 cc heeft een totale cilinderinhoud van  $50 \text{ cm}^3$ .

- a** Hoeveel liter is dat?
- b** Hoeveel cc heeft een motor met een totale cilinderinhoud van  $0,25 \text{ L}$ ?
- c** Een automotor heeft soms wel een cilinderinhoud van  $2 \text{ L}$ . Hoeveel cc is dat?

### Opgave 13

Een liter water weegt ongeveer 1 kg.

- a** Hoeveel gram weegt  $1 \text{ mL}$  water?
- b** Het platte dak van een schoolgebouw heeft een totale oppervlakte van  $400 \text{ m}^2$ . Er valt op een bepaalde morgen  $12 \text{ mm}$  regen op dat dak. Hoeveel liter is dat in totaal?
- c** Stel je voor dat dit water op het dak zou blijven staan. Hoeveel kg water drukt er dan op elke  $\text{m}^2$  van het dak?

### Opgave 14

Sommige computers hebben een harde schijf met een opslagruimte van  $1,2 \text{ TB}$  (terabyte is biljoen byte). Foto's hebben een bestandsgrootte van bijvoorbeeld  $8 \text{ MB}$  (megabyte is miljoen byte).

- a** Hoeveel van die foto's gaan er op zo'n harde schijf? Geef je antwoord als geheel getal.
- b** Je neemt per foto vier seconden om hem te bekijken. Hoeveel dagen, uren, minuten heb je nodig om alle foto's te bekijken?



### Opgave 15

Reken om.

- a 36 hPa =... Pa
- b  $1,4 \cdot 10^5$  V =... MV
- c 54 nm =... cm
- d 1,8 Ts =... uur
- e  $3,6 \text{ kg/m}^3$  =... g/L
- f  $12 \text{ g/cm}^3$  =... kg/L
- g 120 km/h =... m/s
- h 12 m/s =... km/h

### Opgave 16

Schaatser Sven Kramer reed op 17 november 2007 de 5 km in 6:03,32. Dit betekent dat hij er 6 minuten en 3,32 seconden over deed.

- a Met hoeveel km/h schaatste hij gemiddeld? Rond af op één decimaal.

Een cheetah (jachtluipaard) haalt wel een topsnelheid van 108 km/h. Dat houdt hij echter niet langer dan zo'n 500 m vol.

- b Hoeveel seconden houdt de cheetah deze snelheid vol? Rond af op één decimaal.

### Opgave 17

Een ijzeren staaf heeft een lengte van 1,20 m en een vierkante doorsnede van 5 cm bij 5 cm.

De soortelijke massa van ijzer is  $7,9 \text{ g/cm}^3$ .

- a Hoeveel kg weegt deze staaf?

De staaf wordt verchromd, dus aan alle kanten van een laag chroom voorzien. Die laag chroom is overal 1 mm dik. De staaf wordt hierdoor 1800 gram zwaarder.

- b Bereken met behulp hiervan de soortelijke massa van chroom in twee decimalen nauwkeurig.

### Toepassen

In Engeland worden afwijkende lengtematen gebruikt: de 'inch' (precies 2,54 cm), de 'foot', de 'yard', de 'mile' en de 'league'. Via de [Wikipedia](#) kun je hier nog veel meer over lezen.

Bijvoorbeeld wordt voor snelheid op land de eenheid mph, dat is 'miles per hour' ('mijl per uur') gebruikt. En op zee wordt de snelheid in kt, dat is 'knot' ('knopen') uitgedrukt. 1 kt = 1 nmph, dus 1 nautical mile per hour.

En er zijn nog andere maatsystemen, bijvoorbeeld in de astronomie.



Figuur 1.3



### Opgave 18

Hierboven vind je informatie over het Brits-Amerikaanse maatsysteem.

- a 1 mile is 1609,344 m. Hoeveel km/uur is 1 mph? En hoeveel m/s?
- b 1 nautical mile is 1852 m. Hoeveel km/uur is 1 kt? En hoeveel m/s?
- c Als een Britse automobilist in Nederland ziet dat hij op de snelweg maximaal 120 km/uur mag en hij rekent om naar mph, hoe hard zou hij dan maximaal mogen rijden?
- d De maximaal toegestane snelheid op Amerikaanse snelwegen is vaak 90 mph. Komt dit enigszins overeen met onze maximale snelheid op snelwegen?

### Opgave 19

Reken nu zelf de Engelse maten om naar het standaard eenhedenstelsel, het **S.I.-stelsel**.

- a Een foot is 12 inches. Hoeveel cm is een foot?
  - b Een yard is 3 feet (meervoud van foot). Hoeveel cm is een yard?
  - c Een mile is 1760 yards. Hoeveel m is een mile?
  - d Een league is 3 miles. Hoeveel km is een league?
- Het voetbal is een sport die van oorsprong uit Engeland komt. Er worden daarom veel Engelse maten gebruikt.
- e Het doel is bijvoorbeeld 24 feet breed en 8 feet hoog. Reken dit om naar meters (in twee decimalen nauwkeurig).
  - f De middencirkel heeft een straal van 30 feet. Hoeveel m is dat in twee decimalen nauwkeurig?
  - g De penaltystip ligt op 11 meter voor het midden van het doel. Hoeveel feet is dat?
  - h De breedte van een voetbalveld moet tussen de 50 en de 100 yards liggen en de lengte tussen de 100 en de 130 yards. Reken deze waarden om naar m.

### Opgave 20: Afstanden in de ruimte

De gemiddelde afstand van de aarde tot de zon wordt de astronomische eenheid AE genoemd. 1 AE is ongeveer 150 miljoen km.

- a De planeet Mars heeft een gemiddelde afstand van 228 mln km van de Zon. Hoeveel AE is dat?
- b Neptunus is de planeet in ons zonnestelsel die het verst van de zon af staat, gemiddeld maar liefst ongeveer 30 keer zover als de aarde. Hoeveel km staat Neptunus ongeveer van de zon af? Geef je antwoord in miljoenen km.  
De lichtsnelheid is ongeveer  $3 \cdot 10^5$  km/s.
- c Hoe lang is het zonlicht onderweg naar de Aarde?  
Een lichtjaar is de afstand die het licht in 1 jaar aflegt.
- d Hoeveel km is dat? En hoeveel AE?



Uit Wikipedia (13-11-2009):

Alpha Centauri is de helderste ster in het sterrenbeeld Centaur (Centaurus). De ster staat ook bekend als Toliman, Rigil Kentaurus en Rigil Kent. De dubbelster Alpha Centauri vormt samen met de veel zwakkere Proxima Centauri een drievoudig systeem, dat zich van alle sterren het dichtst bij ons zonnestelsel bevindt. De afstand tot de zon bedraagt 4,36 lichtjaar.

- e Hoeveel km is Alpha Centauri van onze zon verwijderd? En hoeveel AE?

## Testen

### Opgave 21

Reken exact om, waar mogelijk in decimale notatie:

- a  $67850 \text{ pm} = \dots \text{ mm}$
- b  $23,5 \text{ hm}^2 = \dots \text{ dm}^2$
- c  $18 \text{ m/s} = \dots \text{ km/h}$
- d  $80 \text{ km/h} = \dots \text{ m/s}$
- e  $2,5 \text{ mg/dL} = \dots \text{ g/hL}$
- f  $0,0012 \text{ mm}/\mu\text{s} = \dots \text{ cm/ms}$
- g  $0,0067 \text{ mA} = \dots \mu\text{A}$
- h  $40 \cdot 10^4 \text{ kV} = \dots \text{ MV}$

### Opgave 22

Je wilt bestanden kopiëren van je laptop naar een externe harde schijf.

Het kopiëren gaat gemiddeld met 20 MBps (megabyte/s).

- a Hoeveel minuten en seconden duurt het om een bestand van 8,5 GB te versturen?
- b Het kopiëren van alle bestanden naar de externe harde schijf duurt in totaal 3 uur, 16 minuten en 30 seconden. Hoeveel TB heb je gekopieerd? Geef een exact, decimaal antwoord.

### Opgave 23

Als je veel te vervoeren of op te bergen hebt, kun je containers huren. Er bestaan verschillende typen en afmetingen. Dit zijn de gegevens van een 20 ft-zeecontainer:

- Inhoud:  $33,2 \text{ m}^3$
  - Afmetingen ( $l \times b \times h \text{ cm}$ ) inwendig:  $589 \times 234 \times 239$
  - Deuropening ( $b \times h \text{ cm}$ ):  $233 \times 228$
- a Een ton is 1000 kg. Leg uit waarom 1 ton eigenlijk 1 megagram zou moeten heten.
  - b Ga na dat de opgegeven inhoud van de zeecontainer wel ongeveer klopt. Bereken daarvoor zelf de inhoud in  $\text{m}^3$ , op één decimaal nauwkeurig.

- c De container zelf weegt 2260 kg. De container met inhoud mag maximaal 24000 kg wegen. Hoeveel ton aan inhoud kun je er in kwijt? (Geef een exact antwoord).



## 1.7 Totaalbeeld

### Samenvatten

Je hebt natuurlijk al veel eerder leren rekenen. In dit onderwerp is het rekenen met decimale getallen, het afronden en schatten en het gebruik van getallenlijnen (schaalverdelingen) met bijpassende eenheden voorbij gekomen.

Je hebt nu alle theorie van **Rekenen I** doorgewerkt. Er moet een totaalbeeld van deze leerstof ontstaan... Ga na, of je al de bij dit onderwerp horende begrippen kent en weet wat je ermee kunt doen. Ga ook na of je de activiteiten die staan genoemd kunt uitvoeren. Maak een eigen samenvatting!

### Begrippenlijst

- decimaal getal — decimalen — decimale komma — getallenlijn, kleiner en groter
- rekenen, optellen, aftrekken, vermenigvuldigen, delen
- rekenvolgorde
- afronden — schatten — orde van grootte
- machten van 10 — wetenschappelijke notatie — technische notatie
- grootte — eenheid — voorvoegsel — S.I.-stelsel

### Activiteitenlijst

- de waarde van een cijfer in een decimaal getal herkennen — decimale getallen op een getallenlijn plaatsen en de groter- en kleinertekens correct gebruiken;
- decimale getallen zowel handmatig als met de rekenmachine optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen;
- bij het rekenen met decimale getallen de correcte rekenvolgorde hanteren;
- decimale getallen afronden — de uitkomst van een berekening vooraf schatten;
- machten van 10 gebruiken bij de notatie van grote en kleine getallen — de wetenschappelijke en de technische notatie gebruiken;
- bij de bekendste grootheden de juiste eenheid kunnen benoemen — eenheden (met voorvoegsels) omrekenen.

### Testen

#### Opgave 1

Je moet een bedrag van € 314,76 betalen.

Je betaalt contant. Over hoeveel briefjes van 100, hoeveel tientjes, hoeveel euro, hoeveel dubbeltjes en hoeveel centen gaat dit bedrag?

## Opgave 2

Bereken met de hand (dus zonder rekenmachine):

- a de som van 7909,48 en 125,15;
- b het verschil van 7909,48 en 125,15;
- c het product van 7909,48 en 125,15;
- d het quotiënt van 7909,48 en 125,15.

## Opgave 3

Je zit achter de kassa bij een winkel en de stroom is uitgevallen, dus je rekent met de hand.

- a Iemand koopt 16 doosjes schroeven van € 1,67 per stuk. Hoeveel is dat samen?
- b Iemand betaalt € 202,65 voor 35 dezelfde houten latten. Hoeveel kost elke houten lat?
- c Gordijnstof kost € 12,95 per meter. Iemand koopt voor € 59,57 van die gordijnstof. Hoeveel meter van die gordijnstof krijgt hij?

## Opgave 4

Cijfers uitrekenen:

- a Als alle cijfers even zwaar mee tellen en je hebt een 7,6, een 5,4, een 6,3 en een 6,6 gehaald, wat is dan je gemiddelde? Bereken het gemiddelde in één decimaal nauwkeurig.
- b Je cijfer van de eerste periode is 5,1 en dat van de tweede periode is 5,8. Wat sta je in gehele cijfers gemiddeld als het cijfer van de tweede periode drie keer zo zwaar telt?

## Opgave 5

Janna rekent op haar rekenmachine correct uit:

$$481,95 + 113,45 \times 25,55 = \dots$$

Bij het opschrijven van het antwoord vergeet ze de komma: 33805975.

Schrijf het goede antwoord op zonder je rekenmachine te gebruiken.

## Opgave 6

In een glas gaat ongeveer 0,2 liter. Je hebt 7 volle flessen cola van elk 1,5 liter.

Hoeveel glazen cola kun je ongeveer vullen?

## Opgave 7

Maak de volgende berekeningen kloppend door op de juiste plaats haakjes te zetten:

- a  $16 - 4 \times 2 = 24$
- b  $16 + 4 \times 12 - 8 = 32$
- c  $3 \cdot 2^3 + 6 / \sqrt{9} + 3 = 25$
- d  $3 \cdot 2^3 + 6 / \sqrt{9} + 3 = 5$



### Opgave 8

Reken om:

- a  $2,4 \text{ L} = \dots \text{ cm}^3$
- b  $2,5 \text{ uur} = \dots \text{ s}$
- c  $1250 \text{ dm} = \dots \text{ km}$
- d  $1,25 \text{ Tb (terabyte)} = \dots \text{ Mb (megabyte)}$

### Opgave 9

Op de Olympische Spelen in 2018 in Pyeong Chang was bij het 500 m schaatsen voor mannen het verschil tussen de nummers 1 en 2 erg klein: de Noor Havard Lorentzen deed er 34,41 seconden over, de Koreaan Cha Min Kyu deed 34,42 seconden over die afstand.

Hoeveel mm lag Lorentzen voor op de Koreaan toen hij finishte?

### Opgave 10

In Australië woonden in 2001 ongeveer 16,6 miljoen mensen. Het nationaal inkomen van Australië bedroeg in dat jaar ongeveer € 27058000000,00.

- a Schrijf beide grote getallen in de wetenschappelijke notatie.
- b Bereken het gemiddelde inkomen van een inwoner van Australië. De landoppervlakte van Australië bedraagt ongeveer  $7,7 \cdot 10^6 \text{ km}^2$ .
- c Hoeveel grond heeft een Australiër gemiddeld tot zijn beschikking?

## Toepassen

### Opgave 11: Loon naar werken

Kees heeft een bijbaantje in een supermarkt. Hij krijgt € 3,15 per uur netto uitbetaald.

Elke maand krijgt hij dit salaris. De afgelopen maand heeft hij volgens zijn loonstrookje € 128,52 verdiend.

Maar daar gaat nog € 21,42 aan belasting van af.

Hoeveel uren heeft hij afgelopen maand gewerkt?

### Opgave 12: Rijst

In de haven van Rotterdam is een container met pakken rijst aangekomen. Die pakken rijst zitten in dozen, er gaan 80 pakken rijst in één doos en elk pak rijst weegt 400 gram. Die dozen staan op pallets die elk 5 kilogram wegen. Op elke pallet staan 32 dozen. Het gewicht van deze dozen mag je verwaarlozen.

Het totale gewicht van de pallets met rijst in de container is 24696 kilogram.

Hoeveel pallets met rijst zitten er in de container?



Figuur 1.1



Figuur 1.2

### Opgave 13: Eigen kamer

Stel je voor dat je zou gaan verhuizen naar een nieuwe eigen kamer.

Die kamer moet nog worden ingericht.

Voor het verven of behangen van de muren, voor gordijnen en voor vloerbedekking hoef je niet meer te zorgen, maar de rest kun je vernieuwen. Je mag zelf je spullen kiezen, in ieder geval heb je een nieuw bed (met toebehoren) en een nieuw bureautje nodig om je pc op te zetten.

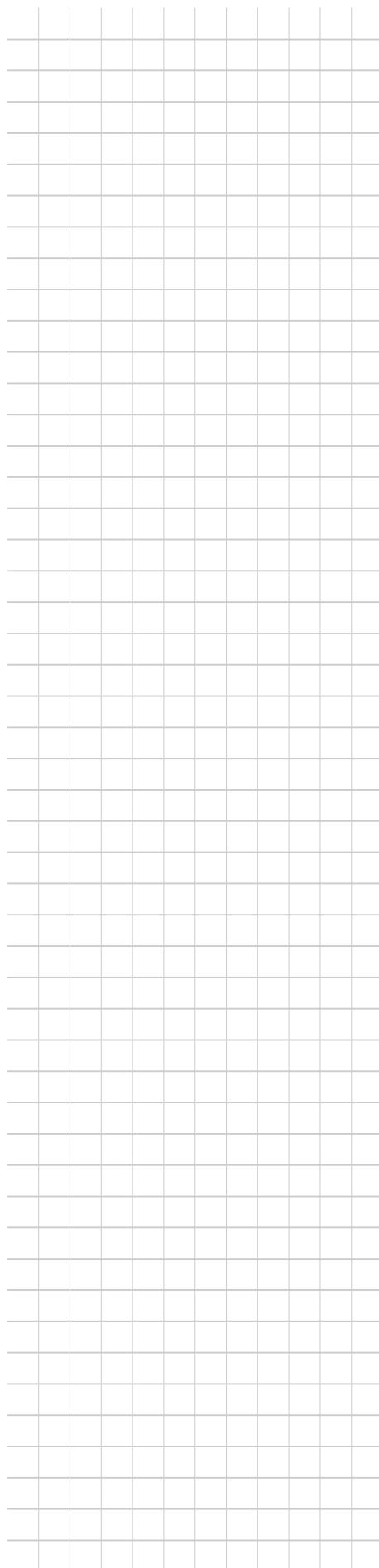
Stel dat je niet meer dan € 500,- kunt uitgeven. Zoek (op internet bijvoorbeeld) naar leuke spullen en maak een begroting waarbij je binnen het budget blijft.



---

## Vlakke figuren

|     |                                |     |
|-----|--------------------------------|-----|
| 2.1 | Driehoeken en vierhoeken       | 60  |
| 2.2 | Berekeningen in vlakke figuren | 70  |
| 2.3 | Omtrek en oppervlakte          | 81  |
| 2.4 | Cirkels                        | 94  |
| 2.5 | Bijzondere lijnen              | 101 |
| 2.6 | Totaalbeeld                    | 108 |



## 2.1 Driehoeken en vierhoeken

### Inleiding

#### Je leert in dit onderwerp

- de verschillende soorten driehoeken en hun symmetrie-eigenschappen kunnen benoemen en toepassen;
- de verschillende soorten vierhoeken en hun symmetrie-eigenschappen kunnen benoemen en toepassen;
- vlakke figuren kunnen indelen in soorten;

#### Voorkennis

- vlakke figuren en hun eigenschappen;
- hoeken berekenen met behulp van X-hoeken, Z-hoeken, F-hoeken, de hoekensom van een driehoek en een vierhoek;
- lijn-, punt- en draaisymmetrie herkennen en benoemen.

### Verkennen

#### Opgave V1

Bij constructies zijn driehoeken heel belangrijk.

Iemand zegt:

“Een driehoek is een figuur die bestaat uit drie punten die niet op één lijn liggen en hun verbindingslijnstukken.”

- Klopt deze uitspraak?
- Kun je de uitspraak nog verbeteren?
- Noem alle soorten bijzondere driehoeken en hun eigenschappen.
- Hoe groot zijn de hoeken van een driehoek samen?
- Waarom is de driehoek bij constructies zo belangrijk?

#### Opgave V2

Naast driehoeken zijn er ook vierhoeken (en vijfhoeken en zes-hoeken en...).

- Wat is precies een vierhoek?
- Noem alle soorten bijzondere vierhoeken en hun eigenschappen.
- Hoe groot zijn de hoeken van een vierhoek samen? Weet je ook waarom?
- Wat is het nadeel van een vierhoek in een constructie? Kun je een voorbeeld geven?



Figuur 2.1

## Uitleg 1

Bekijk de applet.

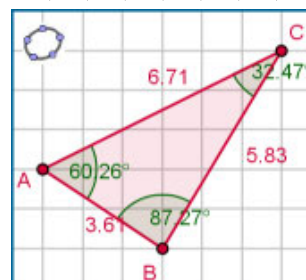
Een veelhoek is een figuur bestaande uit hoekpunten en lijnstukken die samen een deel van het vlak insluiten. Deze lijnstukken heten zijden.

Een driehoek is een veelhoek met drie hoekpunten en drie zijden. Hier zie je driehoek  $ABC$ . Je schrijft ook wel:  $\triangle ABC$ .

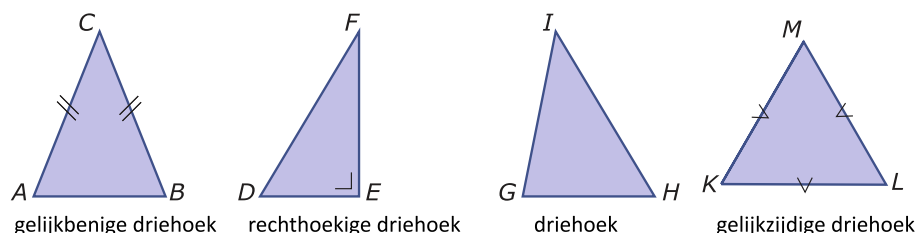
De lengtes van de zijden en de groottes van de hoeken zijn gegeven. Ga nog eens na, dat de hoeken samen  $180^\circ$  zijn.

Bijzondere driehoeken zijn:

- de rechthoekige driehoek met één rechte hoek;
- de gelijkbenige driehoek met twee gelijke zijden;
- de gelijkzijdige driehoek met alle drie de zijden gelijk.



Figuur 2.2



Figuur 2.3

### Opgave 1

Bekijk de vier driehoeken in [Uitleg 1](#).

- Welke twee gelijkbenige driehoeken zijn er? Welke gelijke benen hebben ze? En welke symmetrieassen?
- Hoeveel gelijke hoeken heeft een gelijkbenige driehoek in ieder geval? En hoeveel als hij ook gelijkzijdig is?
- Hoeveel graden zijn de hoeken van een gelijkzijdige driehoek?
- Hoeveel graden zijn de hoeken van een gelijkbenige driehoek als hij precies één hoek van  $40^\circ$  heeft?
- Teken een rechthoekige, gelijkbenige driehoek. Hoe groot zijn de hoeken daarvan?

### Opgave 2

Teken een gelijkzijdige driehoek met zijden van 4 cm.

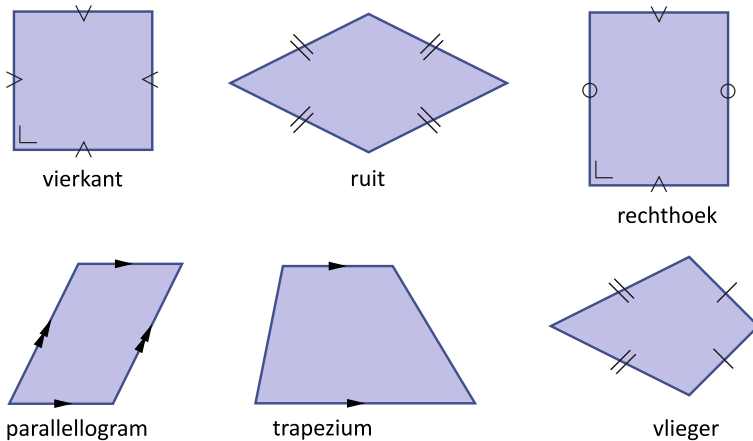
## Uitleg 2

Bekijk de applet.

Een vierhoek is een veelhoek met vier hoekpunten en vier zijden. Hier zie je vierhoek  $ABCD$ . De lengtes van de zijden en de groottes van de hoeken zijn gegeven. Omdat elke vierhoek in twee driehoeken is te verdelen zijn de hoeken samen  $360^\circ$ .

Bijzondere vierhoeken zijn:

- de rechthoek met vier rechte hoeken;
- de vierkant met vier rechte hoeken en vier gelijke zijden;
- de vlieger met één symmetrieas;
- de ruit met vier gelijke zijden;
- het trapezium met één paar evenwijdige zijden;
- het parallellogram met twee paren evenwijdige zijden.

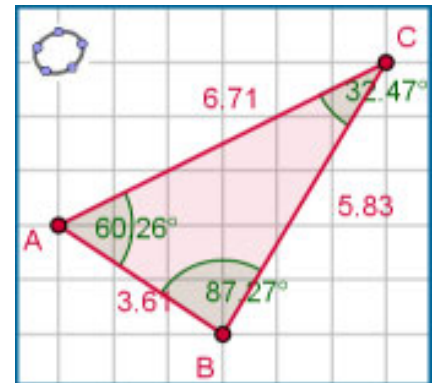


Figuur 2.5

### Opgave 3

Bekijk de vierhoeken in [Uitleg 2](#).

- Welke vierhoek heeft de meeste symmetrieassen?
- 'Elk parallellogram is ook een trapezium.'  
Klopt het omgekeerde 'Elk trapezium is ook een parallellogram.'  
ook?
- 'Elke ruit is ook een parallellogram.'  
Klopt deze uitspraak? En klopt het omgekeerde?
- Bestaat er een rechthoekige ruit?
- Hoeveel diagonalen heeft elke vierhoek?
- Heeft een parallellogram symmetrieassen? Heeft een parallellogram een centrum van symmetrie?



Figuur 2.4





### Opgave 4

Bekijk weer de vierhoeken in **Uitleg 2**.

Je weet nog wat F-hoeken, Z-hoeken en X-hoeken zijn.

- Een ruit heeft een hoek van  $30^\circ$ .  
Hoe groot zijn de andere hoeken?
- Een parallellogram heeft een hoek van  $30^\circ$ .  
Hoe groot zijn de andere hoeken?
- Een trapezium heeft een hoek van  $30^\circ$ .  
Kun je de andere hoeken berekenen?
- Wat weet je van de diagonalen van een ruit? En van een vlieger?

### Opgave 5

Gebruik de applet van **Uitleg 2**.

Maak elk van de zes genoemde soorten vierhoeken en bekijk de symmetrie-eigenschappen ervan. Maak een overzicht van de symmetrische eigenschappen per vierhoek.

## Theorie en voorbeelden

### Om te onthouden

Een **veelhoek** is een figuur bestaande uit **hoekpunten** en lijnstukken die samen een deel van het vlak insluiten. Deze lijnstukken heten **zijden**.

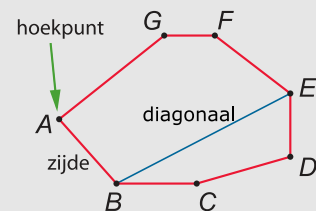
De lijnstukken tussen twee hoekpunten die geen zijde van de veelhoek zijn, heten **diagonalen**.

Een **driehoek** is een veelhoek met drie hoekpunten en drie zijden. De drie hoeken zijn samen  $180^\circ$ . Er bestaan verschillende soorten driehoeken:

- de rechthoekige driehoek met één rechte hoek;
- de gelijkbenige driehoek met twee gelijke zijden;
- de gelijkzijdige driehoek met alle drie de zijden gelijk.

Een **vierhoek** is een veelhoek met vier hoekpunten en vier zijden. De vier hoeken zijn samen  $360^\circ$ . Er bestaan verschillende soorten vierhoeken:

- de rechthoek met vier rechte hoeken;
- de vierkant met vier rechte hoeken en vier gelijke zijden;
- de vlieger met één symmetrieas;
- de ruit met vier gelijke zijden;
- het trapezium met één paar evenwijdige zijden;
- het parallellogram met twee paren evenwijdige zijden.



Figuur 2.6

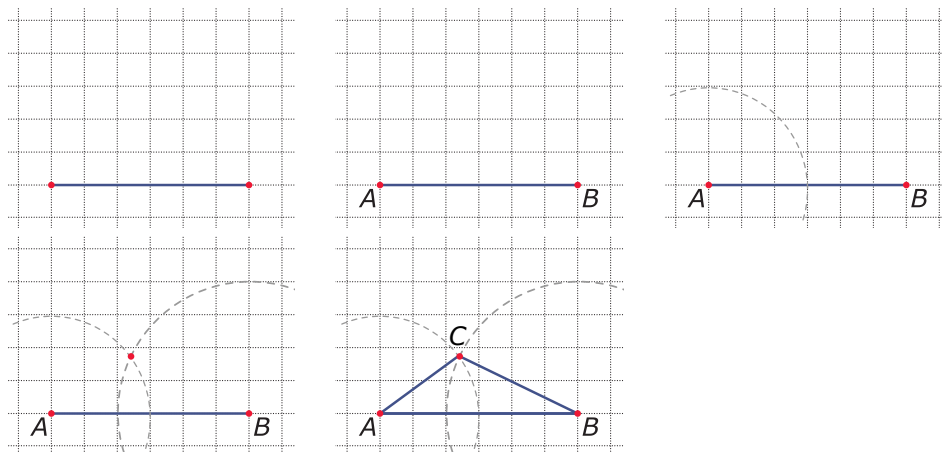
## Voorbeeld 1

In constructies die sterk moeten zijn, kom je vaak driehoeken tegen. Een driehoek is namelijk niet te vervormen. Daarom kan een betrekkelijk lichte bouwkraan toch zware lasten tillen.

Je kunt een driehoek construeren met passer en geodriehoek.

Bekijk de constructie van  $\triangle ABC$  met drie gegeven zijden:

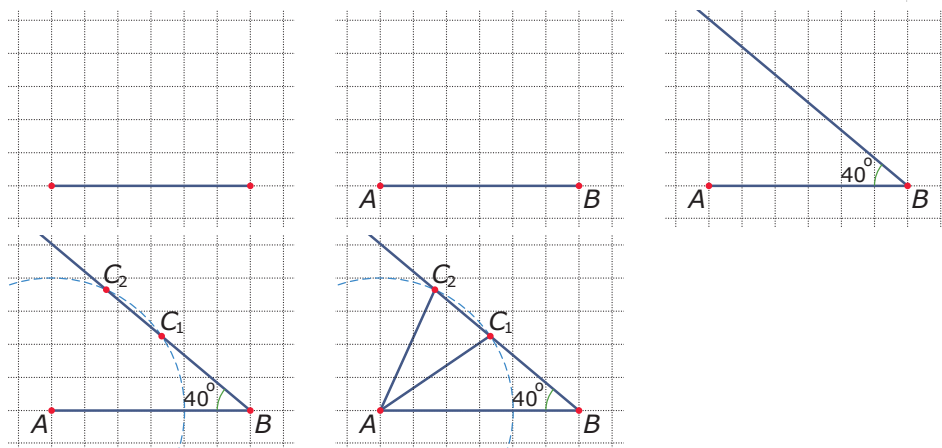
$AB = 6$ ,  $BC = 4$  en  $AC = 3$ .



Figuur 2.7

Bekijk de constructie van  $\triangle ABC$  met twee gegeven zijden:

$AB = 6$ ,  $AC = 4$  en  $\angle B = 40^\circ$ . Merk op dat er twee verschillende driehoeken mogelijk zijn.



Figuur 2.8

## Opgave 6

Construeer de volgende driehoeken.

- $\triangle ABC$ :  $\angle B$  is een rechte hoek,  $AB = 3$  en  $BC = 4$ .
- $\triangle ABC$ :  $AB = 5$ ,  $AC = 5$  en  $BC = 5$ .

## Opgave 7

Construeer de volgende driehoeken.

- Teken twee gelijkbenige driehoeken  $\triangle ABC$  met  $AB = 5$  cm en  $\angle A = 30^\circ$ .



- b** Teken  $\triangle GHI$  met  $GH = HI = 5$  cm en  $\angle G = 60^\circ$ . Wat weet je van  $\angle H$  en  $\angle I$ ?

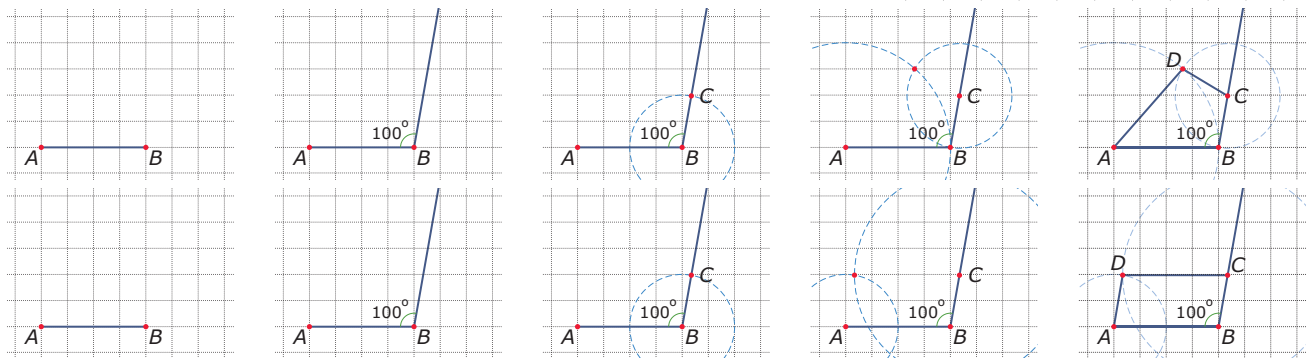
### Voorbeeld 2

Ook vierhoeken zijn met passer en liniaal te construeren.

Bedenk dat een vierhoek met vier gegeven zijden nog niet vast ligt, die kun je nog vervormen.

Bekijk hier de constructie van een vlieger  $ABCD$  met:  $AB = 4$ ,  $BC = 2$  en  $\angle B = 100^\circ$ .

Daarnaast zie je de constructie van een parallellogram  $ABCD$  met:  $AB = 4$ ,  $BC = 2$  en  $\angle B = 100^\circ$ .



Figuur 2.9

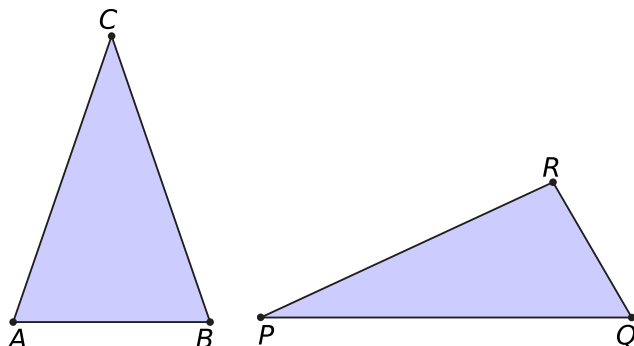
### Opgave 8

Bekijk de constructie van een parallellogram en een vlieger in **Voorbeeld 2**.

- a** Construeer een parallellogram  $ABCD$  met  $AB = 3$  cm,  $AD = 4$  cm en  $\angle A = 30^\circ$ .
- b** Construeer een vlieger  $KLMN$  met  $KL = 5$  cm,  $LM = MN = 3$  cm en  $\angle NKL = 60^\circ$ .

### Opgave 9

Je ziet twee driehoeken.  $\triangle ABC$  is een gelijkbenige driehoek met benen van 4 cm en een tophoek van  $38^\circ$  en voor  $\triangle PQR$  geldt dat  $\angle P = 20^\circ$ ,  $\angle Q = 50^\circ$  en  $PR = 4$  cm.



Figuur 2.10

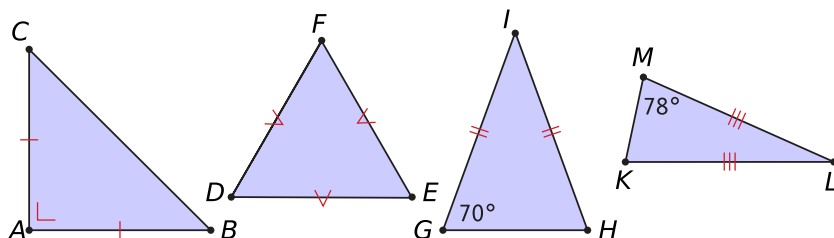
- a** Teken  $\triangle ABC$  en spiegel hem in lijnstuk  $BC$ . Bereken de hoeken van de figuur die nu ontstaat.

- b Teken  $\triangle PQR$  en spiegel hem in lijnstuk  $PQ$ . Geef de naam van de vierhoek die nu ontstaat en bereken de hoeken ervan.

## Oefenen

### Opgave 10

Je ziet vier driehoeken. In de driehoeken is aangegeven welke lijnstukken gelijk zijn.

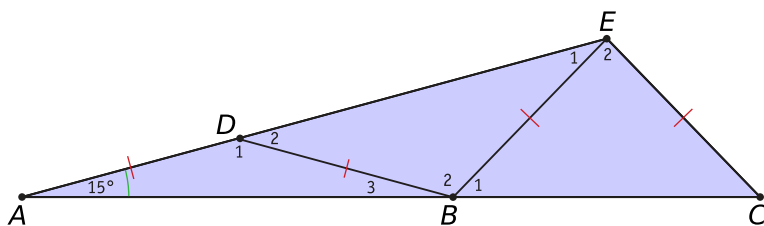


Figuur 2.11

Bereken de hoeken van deze driehoeken.

### Opgave 11

$\triangle ACE$  is verdeeld in meerdere driehoeken. In de figuur is aangegeven welke zijden even lang zijn.



Figuur 2.12

Bereken de hoeken die zijn aangeduid met een cijfer.

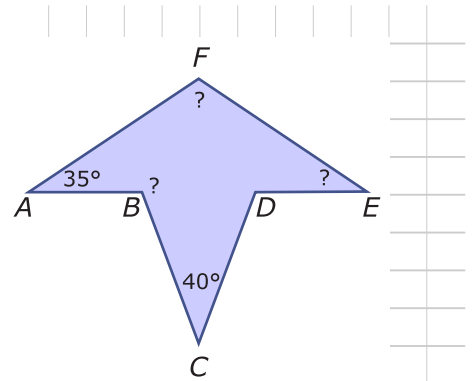
### Opgave 12

Om een unieke driehoek te tekenen, heb je minstens drie gegevens nodig.

- Teken twee gelijkbenige driehoeken  $\triangle ABC$  met  $AB = 5$  cm en  $\angle A = 30^\circ$ .
- Teken twee rechthoekige driehoeken  $\triangle DEF$  met  $DE = 5$  cm en  $\angle D = 30^\circ$ .
- Teken  $\triangle GHI$  met  $GH = HI = 5$  cm en  $\angle G = 60^\circ$ . Wat weet je van  $\angle H$  en  $\angle I$ ?

**Opgave 13**

Deze figuur is lijnsymmetrisch. Hij bestaat uit twee driehoeken.  
Bereken de hoeken waar een vraagteken in staat.

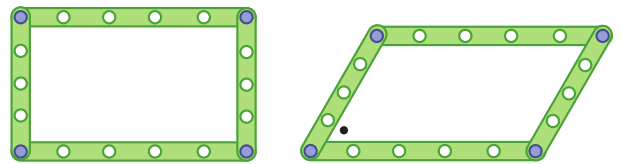


Figuur 2.13

**Opgave 14**

Je ziet hoe je een rechthoek van metalen strips kunt vervormen.

- Hoe heet de rechter figuur?
- Je kunt het vervormen van de rechthoek voorkomen door één strip toe te voegen. Licht toe hoe die strip moet worden geplaatst.
- Als je de rechthoek zo vervormt dat de hoek met de stip  $58^\circ$  is, hoe groot zijn dan de andere hoeken van de figuur die zo ontstaat?

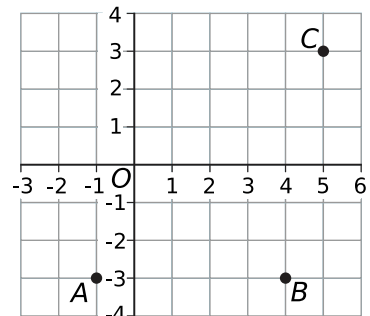


Figuur 2.14

**Opgave 15**

Je ziet een assenstelsel met de punten  $A(-1, -3)$ ,  $B(4, -3)$  en  $C(5, 3)$ .

- $A$ ,  $B$  en  $C$  zijn hoekpunten van parallellogram  $ABCD$ . Geef de coördinaten van punt  $D$ .
- $A$ ,  $B$  en  $C$  zijn hoekpunten van vlieger  $ABCE$ . Geef de coördinaten van punt  $E$ .
- Welke andere bijzondere vierhoeken  $ABCP$  kun je met deze punten maken? Licht je antwoord toe.



Figuur 2.15

**Opgave 16**

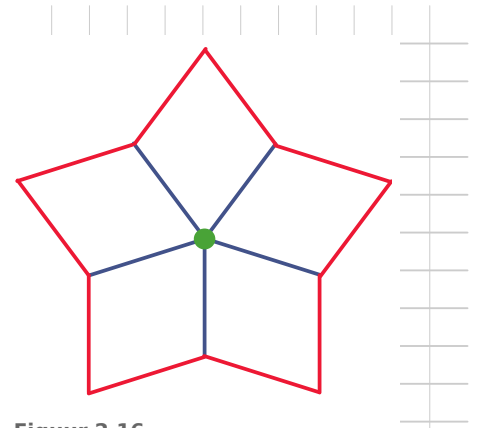
Probeer de volgende vierhoeken te construeren, of leg uit waarom dit niet lukt.

- Vlieger  $ABCD$  met  $AB = 2$  cm en  $BC = AC = 3$  cm.
- Parallellogram  $EFGH$  met  $EF = 5$  cm,  $EH = 3$  cm en  $\angle F = 40^\circ$ .
- Ruit  $KLMN$  met  $KL = 3$  cm en  $\angle M = 40^\circ$ .

### Opgave 17

Als je vijf gelijke ruiten tegen elkaar legt met alle vijf precies één punt gemeenschappelijk, dan krijg je de rode ster hiernaast.

- Deze ster heeft tien hoeken. Hoe groot zijn die hoeken?
- Je kunt op dezelfde manier (met smallere ruiten) een achtpuntige ster maken. Hoe groot zijn daar de hoeken van?
- En zo maak je ook een honderdpuntige ster. Hoe groot zijn daar de hoeken van?
- En nu een  $n$ -puntige ster, die dus uit  $n$  ruiten bestaat. Hoe groot zijn nu de hoeken?



Figuur 2.16

### Toepassen

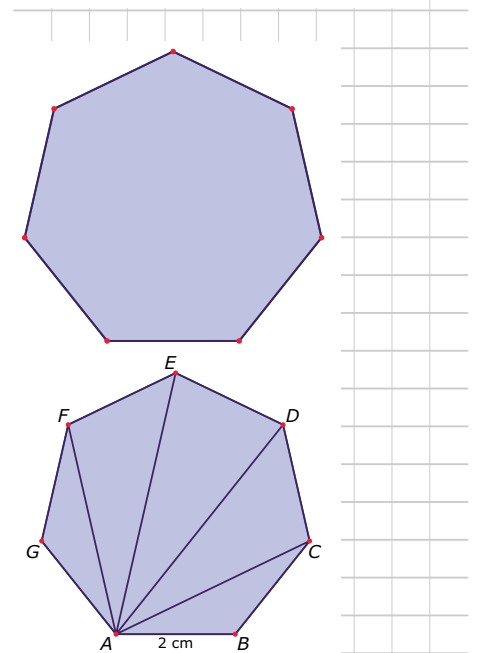
Er bestaan natuurlijk ook vijfhoeken, zeshoeken, zevenhoeken, etc.

Als alle zijden ervan gelijk zijn, heten ze regelmatig.

Je ziet hier een regelmatige zevenhoek met zijden van 2 cm. Alle hoeken en alle zijden zijn gelijk. Om zo'n figuur te kunnen tekenen verdeel je hem vanuit één hoekpunt in driehoeken. Omdat hij uit vijf driehoeken bestaat is zijn totale hoekensom  $5 \cdot 180^\circ = 900^\circ$ .

Elke hoek is dan  $\frac{900}{7} \approx 128,6^\circ$ .

Nu kun je de regelmatige zevenhoek tekenen. Je weet immers alle hoeken en alle zijden, dus de figuur ligt vast.



Figuur 2.17

### Opgave 18

In **Uitleg 1** wordt verteld hoe je een regelmatige zevenhoek kunt tekenen.

- Teken een regelmatige zevenhoek met zijden van 2 cm.
- Geldt de hoekensom van  $900^\circ$  ook voor niet-regelmatige zevenhoeken? Licht je antwoord toe.

Als van een driehoek de drie zijden gelijk zijn, dan geldt dit ook voor de hoeken.

- Als van een zevenhoek alle zijden gelijk zijn, geldt dit dan automatisch ook voor de hoeken?

### Opgave 19

Op dezelfde manier als in de vorige opgave kun je alle regelmatige veelhoeken tekenen.

- Teken een regelmatige zeshoek  $ABCDEF$  waarvan alle zijden 4 cm zijn.
- Hoeveel gegevens heb je nodig om een niet-regelmatige zeshoek te construeren?



## Testen

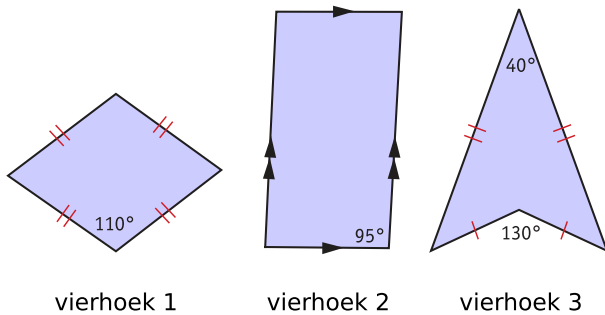
### Opgave 20

Probeer de volgende driehoeken te construeren. Als dat niet lukt, leg je uit waarom niet.

- a  $\triangle DEF$  met  $DE = 5$  cm,  $EF = 3$  cm en  $DF = 1$  cm.
- b  $\triangle KLM$  met  $KL = 3$  cm en twee hoeken van  $40^\circ$ .

### Opgave 21

Je ziet drie vierhoeken. In de vierhoeken is aangegeven welke lijnstukken gelijk of evenwijdig zijn.



Figuur 2.18

Geef elke vierhoek de juiste naam en bereken alle hoeken die niet zijn gegeven.

## 2.2 Berekeningen in vlakke figuren

### Inleiding

#### Je leert in dit onderwerp

- werken met verhoudingen, gelijkvormigheid en de vergrotingsfactor om de lengtes van lijnstukken te berekenen;
- de stelling van Pythagoras toepassen.

#### Voorkennis

- vlakke figuren, met name driehoeken en vierhoeken en hun eigenschappen;
- hoeken berekenen met behulp van X-hoeken, Z-hoeken, F-hoeken, de hoekensom van een driehoek en een vierhoek;
- lijn-, punt- en draaisymmetrie herkennen en benoemen.

### Verkennen

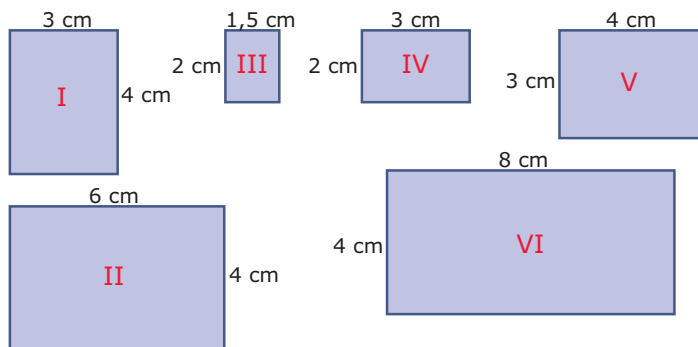
#### Opgave V1

Van een rechthoekige driehoek weet je twee zijden:  $AB = 5$  cm en  $BC = 3$  cm.

- Kun je deze driehoek nu construeren?
- Neem aan dat van deze driehoek  $\angle ABC$  recht is. Kun je de lengte van  $AC$  bepalen? Zo ja, bepaal die lengte in mm nauwkeurig.
- Neem aan dat van deze driehoek  $\angle ACB$  recht is. Is  $AC$  langer of korter dan bij b?
- De driehoek die je bij b hebt getekend is een schaalmodel van een veel grotere rechthoekige driehoek met zijden van 50 m en 30 m. Hoe lang moet dan de derde zijde wel zijn (in m nauwkeurig)?

#### Opgave V2

Je ziet hier een aantal rechthoeken.



Figuur 2.1

Welke rechthoeken zijn gelijk? En welke rechthoeken zijn niet gelijk maar hebben dezelfde verhoudingen van lengte en breedte?





## Uitleg 1

Elke rechthoekige driehoek heeft twee rechthoekszijden, dat zijn de benen van de rechte hoek. De langste zijde heet wel de hypotenusa.

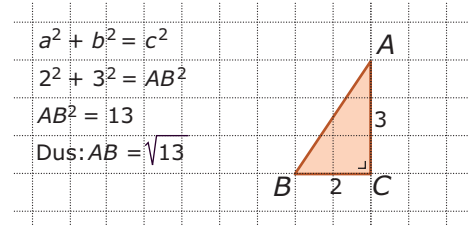
De beroemde stelling van Pythagoras geeft als verband tussen deze zijden:

$$(\text{rechthoekzijde } 1)^2 + (\text{rechthoekzijde } 2)^2 = (\text{hypotenusa})^2$$

### Bekijk de applet: stelling van Pythagoras

Hier zie je hoe je de stelling van Pythagoras gebruikt om de lengte van de hypotenusa  $AB$  te berekenen in de rechthoekige driehoek  $ABC$ .

Deze stelling is zo belangrijk omdat elke veelhoek is te verdelen in rechthoeken en halve rechthoeken (rechthoekige driehoeken). Bovendien geldt ook het omgekeerde: als in een driehoek de stelling van Pythagoras geldt, dan is de driehoek rechthoekig.



Figuur 2.2

## Opgave 1

Bekijk de figuur in **Uitleg 1** nog eens. Bekijk vooral goed hoe je het werken met de stelling van Pythagoras opschrijft. In deze rechthoekige driehoek is de hypotenusa is steeds zijde  $AB$ .

- Neem  $AC = 6$  en  $BC = 4$  en bereken  $AB$ . Laat de wortel in het antwoord staan.
- Oefen dit (samen met een medeleerling) voor andere waarden van  $AC$  en  $BC$ .

## Opgave 2

Van een rechthoekige driehoek  $PQR$  met  $\angle Q = 90^\circ$  is  $PQ = 18$  mm en  $QR = 30$  mm. Neem als hypotenusa  $PR$ .

- Schets deze driehoek en schat de lengte van  $PR$  oftewel zijde  $q$ .
- Bereken de lengte van  $PR$  met behulp van de stelling van Pythagoras in twee decimalen nauwkeurig.

Van een rechthoekige driehoek  $PQR$  met  $\angle Q = 90^\circ$  is  $PQ = 16$  mm en  $PR = 30$  mm.

- Schets deze driehoek en schat de lengte van  $QR$ .
- Bereken de lengte van  $QR$  in twee decimalen nauwkeurig.

## Opgave 3

Van een driehoek is  $AB = 6$  cm,  $AC = 5$  cm en  $BC = 8$  cm.

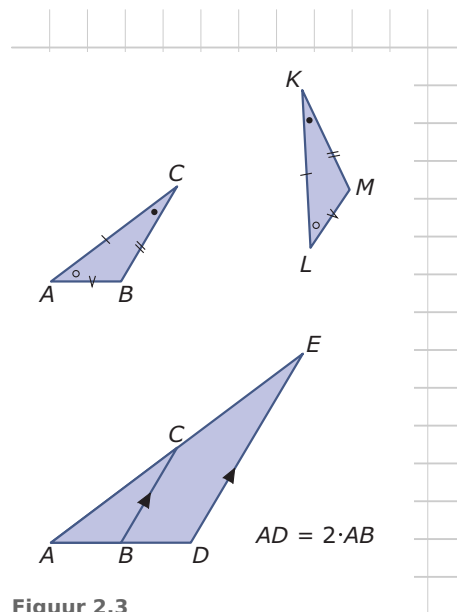
Is deze driehoek rechthoekig?

## Uitleg 2

Als twee figuren gelijk zijn, zoals in het bovenste plaatje, dan betekent dit dat je als het ware beide figuren kunt uitknippen en precies over elkaar heen leggen. De overeenkomstige hoeken zijn dan even groot en de overeenkomstige zijden zijn even lang. Figuren die precies gelijk aan elkaar zijn noem je congruent. Hier zijn de driehoeken  $ABC$  en  $LMK$  congruent en dat schrijf je als  $\triangle ABC \cong \triangle LMK$ .

Maar er bestaan ook figuren die wel dezelfde vorm hebben, maar toch niet even groot zijn. De éne figuur is dan een vergroting (of verkleining) van de andere. Dit betekent dat wel alle hoeken van beide figuren even groot zijn, maar dat de zijden van de éne figuur met een vaste factor moeten worden vermenigvuldigd.

In het onderste plaatje zie je dat de lijnstukken  $BC$  en  $DE$  evenwijdig zijn. Dus zijn de hoeken bij  $B$  en  $D$  en die bij  $C$  en  $E$  even groot. De zijde  $AD$  is tweemaal zo groot als  $AB$ . Dit geldt ook voor  $DE$  en  $BC$  en voor  $AE$  en  $AC$ . De zijden van  $\triangle ADE$  zijn 2 keer zo groot als de overeenkomstige zijden van  $\triangle ABC$ . Je zegt nu dat de driehoeken  $ABC$  en  $ADE$  gelijkvormig zijn en dat schrijf je als  $\triangle ABC \sim \triangle ADE$ .  $\triangle ADE$  is een vergroting van  $\triangle ABC$  met vergrotingsfactor 2.



Figuur 2.3

## Opgave 4

In **Uitleg 2** zie je wat het verschil is tussen gelijke (dus congruente) driehoeken en gelijkvormige driehoeken.

Bekijk eerst de bovenste figuur.

- Waaraan zie je dat de overeenkomstige zijden van beide figuren gelijk zijn?
- Je ziet dat er twee paren gelijke hoeken zijn in de bovenste figuur. Waarom is dan automatisch het derde paar hoeken ook gelijk?
- Je ziet dat  $\triangle ABC \cong \triangle LMK$ . Waarom wordt bij de tweede driehoek de lettervolgorde zo gekozen?

Bekijk nu de tweede figuur. Je ziet dat evenwijdige lijnstukken worden aangeduid door pijltjes in de lijnstukken.

- Waarom weet je nu zeker dat  $\angle ABC = \angle ADE$ ?
- Wordt er bij het opschrijven van de gelijkvormige driehoeken ook op de volgorde van de letters gelet?
- Hoeveel bedraagt de vergrotingsfactor als je  $\triangle ABC$  opvat als 'vergroting' van  $\triangle ADE$ ?
- Stel de vergrotingsfactor van  $\triangle ABC$  naar  $\triangle ADE$  is 2,5. Zijn beide driehoeken dan nog steeds gelijkvormig?

## Opgave 5

Het herkennen van gelijkvormige figuren of congruente figuren is vaak lastig.

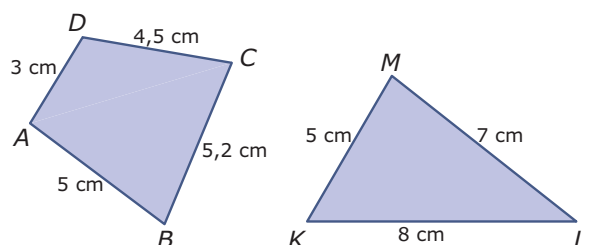
- Waarom zijn alle vierkanten gelijkvormig en/of congruent?
- Waarom zijn niet alle rechthoeken gelijkvormig en/of congruent?
- Zijn alle gelijkzijdige driehoeken gelijkvormig en/of congruent?

- d Zijn alle gelijkbenige driehoeken gelijkvormig en/of congruent?
- e Waarom zijn alle congruente figuren ook gelijkvormig? Van welke vergrotingsfactor is er dan sprake?

### Opgave 6

Hier zie je een vierhoek en een driehoek waarvan de lengtes van de zijden bekend zijn.

- a Teken de driehoek na. Moet je daarvoor nog een hoek opmeten?
- b Leg uit hoe je de vierhoek kunt natekenen. Moet je nu extra metingen doen?
- c Leg uit hoe je een gelijkvormige vierhoek kunt tekenen met een vergrotingsfactor van 1,5.



Figuur 2.4

## Theorie en voorbeelden

### Om te onthouden

Twee figuren heten **congruent** als ze voor wat betreft hun vorm en hun afmetingen precies gelijk zijn. Dit betekent voor veelhoeken dat hun **overeenkomstige hoeken** gelijk zijn en hun **overeenkomstige zijden** zijden gelijk zijn. Alleen voor driehoeken is het voldoende dat de drie overeenkomstige zijden gelijk zijn.

Twee figuren zijn **gelijkvormig** als de ene figuur een vergroting of verkleining van de andere is. Voor veelhoeken betekent dit dat de overeenkomstige hoeken even groot zijn en de overeenkomstige zijden met eenzelfde **vergrotingsfactor** zijn vermenigvuldigd. Bij gelijkvormige veelhoeken kun je een **verhoudingstabel** maken waarin de overeenkomstige zijden boven elkaar staan. Bij de gelijkvormige vierhoeken hiernaast hoort onderstaande verhoudingstabel.

|            |              |            |            |
|------------|--------------|------------|------------|
| AB<br>4 cm | BC<br>3 cm   | CD<br>2 cm | DA<br>2 cm |
| EF<br>6 cm | FG<br>4,5 cm | GH<br>3 cm | HE<br>3 cm |

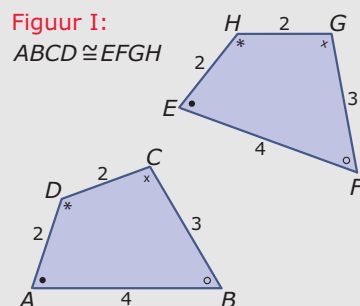
Tabel 2.1

De bijbehorende **vergrotingsfactor** is 1,5.

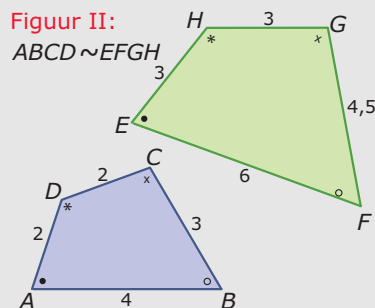
Verder geldt in rechthoekige driehoeken de **stelling van Pythagoras**:

$$(\text{rechthoekzijde } 1)^2 + (\text{rechthoekzijde } 2)^2 = (\text{hypotenusa})^2$$

En omgekeerd is een driehoek rechthoekig als voor de lengtes van de zijden de stelling van Pythagoras geldt.



Figuur 2.5



Figuur 2.6

**Voorbeeld 1****Bekijk de applet: ladder tegen muur**

Iemand zet een ladder van 3,5 m schuin tegen de muur van een huis. Hier zie je een zijaanzicht van de situatie. Het punt waar de ladder op de grond staat is 1 m van de muur verwijderd. Hoe hoog komt de ladder?

Antwoord

Je gaat er van uit dat de muur loodrecht op de grond staat, dus dat  $\triangle PQR$  een rechthoekige driehoek is met een rechte hoek bij  $Q$ . De stelling van Pythagoras in  $\triangle PQR$  is:

$$PQ^2 + QR^2 = PR^2$$

Je weet:  $PQ = 1$  m en  $PR = 3,5$  m.

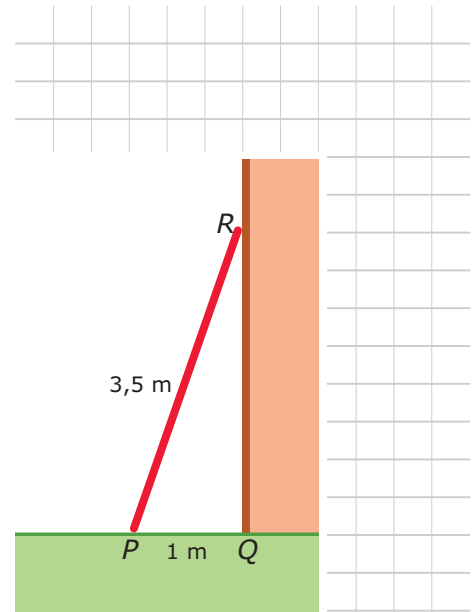
Dan krijg je:  $1^2 + QR^2 = 3,5^2$ .

Dit geeft:

$$QR^2 = 3,5^2 - 1^2 = 11,25.$$

En dus is:

$$QR = \sqrt{11,25} \approx 3,35 \text{ m.}$$



Figuur 2.7

**Opgave 7**

Bekijk de figuur in **Voorbeeld 1**.

- Zet de voet van de ladder op 1,5 m van de muur. Hoe hoog komt hij nu? Geef het antwoord weer in twee decimalen nauwkeurig.
- Je wilt dat de bovenkant van je ladder op 3 m hoogte boven de grond tegen de muur komt. Hoeveel cm moet je de voet van de ladder van de muur zetten?

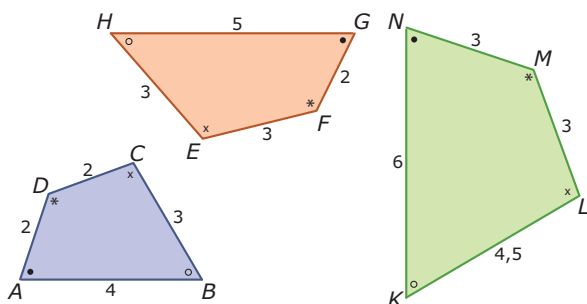
**Opgave 8**

Je kunt met de applet in het **Practicum** alleen rechthoekige driehoeken maken.

Maak er één waarvan twee zijden een geheel getal zijn. Reken dan zelf de derde zijde uit in twee decimalen nauwkeurig. Herhaal dit tot je geen fouten meer maakt in de berekening.

**Voorbeeld 2**

Laat met een berekening zien welke van de onderstaande vierhoeken gelijkvormig zijn en welke niet.



Figuur 2.8

**Antwoord**

Van alle drie de vierhoeken zijn de overeenkomstige hoeken gelijk. Het gaat dus om de overeenkomstige zijden. Die moeten een verhoudingstabel opleveren.

Vergelijk eerst bijvoorbeeld de vierhoeken  $ABCD$  en  $GHEF$ . (Je ziet dat de lettervolgorde van de tweede vierhoek zo is gekozen dat de letters bij de overeenkomstige hoeken in dezelfde volgorde staan als die van vierhoek  $ABCD$ .)

Maak een tabel zoals deze waarin de overeenkomstige zijden boven elkaar staan.

|              |              |              |              |
|--------------|--------------|--------------|--------------|
| $AB$<br>4 cm | $BC$<br>3 cm | $CD$<br>2 cm | $DA$<br>2 cm |
| $GH$<br>5 cm | $HE$<br>3 cm | $EF$<br>3 cm | $FG$<br>2 cm |

**Tabel 2.2**

Je ziet dat er geen vaste vergrotingsfactor vanuit de zijden van  $ABCD$  waarmee je de overeenkomstige zijden van  $GHEF$  krijgt. Deze tabel is geen verhoudingstabel. Dus deze twee vierhoeken zijn niet gelijkvormig.

Op dezelfde manier kun je de vierhoeken  $ABCD$  en  $NKLM$  vergelijken.

**Opgave 9**

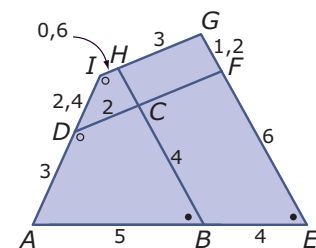
Bekijk **Voorbeeld 2**.

- Laat met behulp van een tabel zien dat de vierhoeken  $ABCD$  en  $NKLM$  wel gelijkvormig zijn.
- De vierhoek  $PQRS$  heeft zijden die allemaal precies 2 keer zo groot zijn als de overeenkomstige zijden van vierhoek  $ABCD$ . Zijn deze twee vierhoeken dus gelijkvormig?

**Opgave 10**

In de figuur hiernaast tref je een heleboel vierhoeken aan.

- Hoeveel?
- Waarom hebben de vierhoeken  $ABCD$  en  $AEFD$  wel gelijke hoeken, maar zijn ze toch niet gelijkvormig?
- Waarom zijn de vierhoeken  $ABCD$  en  $AEGI$  gelijkvormig?

**Figuur 2.9****Opgave 11**

De vierhoeken  $ABCD$  en  $PQRS$  zijn gelijkvormig. Verder is  $AB = 5$ ,  $BC = 6$ ,  $CD = 3$ ,  $AD = 4$  en  $QR = 8$  cm.

Bereken de lengte van  $PQ$ . Werk bijvoorbeeld met een verhoudingstabel van overeenkomstige zijden en bepaal de vergrotingsfactor.

**Voorbeeld 3**

In deze figuur zijn  $AB$  en  $CD$  evenwijdig.

Bereken de lengte van  $CD$  en die van  $CE$ .

Antwoord

Omdat  $\angle A = \angle CDE$  (F-hoeken) en  $\angle B = \angle DCE$  (F-hoeken) is  $\triangle ABE \sim \triangle DCE$ .

Maak nu een verhoudingstabel voor de zijden en vul getallen of onbekenden in.

|                |                    |               |
|----------------|--------------------|---------------|
| $AB$<br>10 cm  | $BE$<br>$x + 3$ cm | $AE$<br>12 cm |
| $DC$<br>$y$ cm | $CE$<br>$x$ cm     | $DE$<br>8 cm  |

Tabel 2.3

De vergrotingsfactor van  $\triangle ABE$  naar  $\triangle DCE$  is  $8/12 = \frac{2}{3}$ .

$$CD = \frac{2}{3} \cdot 10 = \frac{20}{3}.$$

Om  $CE$  te berekenen gebruik je  $x = \frac{2}{3} \cdot (x + 3)$ . Hieruit volgt  $x = 6$  en dus  $CE = 6$ .

**Opgave 12**

Bekijk **Voorbeeld 3**. Je ziet hoe je in situaties waarin sprake is van evenwijdige lijnen gelijkvormige driehoeken kunt vinden en met behulp daarvan lengtes van lijnstukken berekenen.

- Waarom is  $\triangle ABE \sim \triangle DCE$ ?
- Leg uit waarom  $DE = 8$ .
- Laat zien, dat inderdaad  $CE = 6$ .

**Opgave 13**

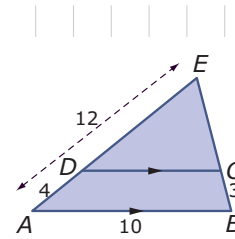
In deze figuur is  $BC \parallel DE$ . De gegeven lengtes zijn in cm.

- Waarom is  $\triangle ABC \sim \triangle ADE$ ?
- Bereken de lengte van  $DE$  en van  $AE$  in één decimaal nauwkeurig.

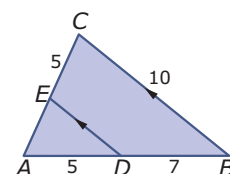
**Opgave 14**

In deze figuur is  $BC \parallel DE$ . De gegeven lengtes zijn in cm.

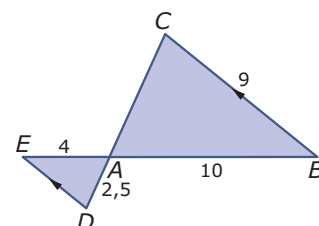
- Vul aan  $\triangle ABC \sim \dots$  en leg uit waarom deze driehoeken gelijkvormig zijn.
- Bereken de lengte van  $DE$  en van  $AC$ .



Figuur 2.10



Figuur 2.11

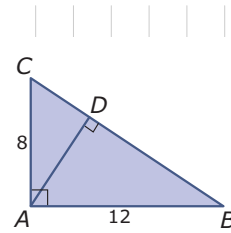


Figuur 2.12

**Opgave 15**

Bekijk de figuur.

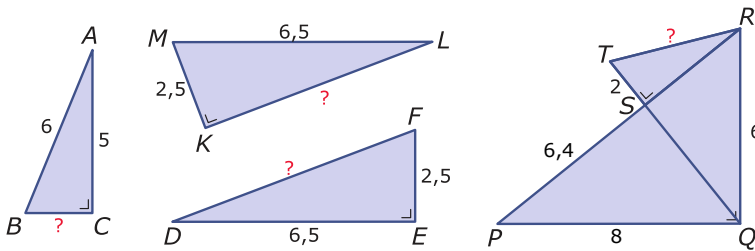
- Bereken de lengte van  $AD$  in één decimaal nauwkeurig.
- Bereken de lengte van  $BD$  in één decimaal nauwkeurig. Doe dit een keer met behulp van de stelling van Pythagoras en ook een keer met behulp van gelijkvormigheid.



Figuur 2.13

**Oefenen****Opgave 16**

Hier zie je vier figuren met rechthoekige driehoeken.



Figuur 2.14

Bereken in elke figuur eerst de exacte lengte van de zijde met het vraagteken en benader daarna waar nodig de lengte in twee decimalen nauwkeurig.

**Opgave 17**

Welke van deze driehoeken zijn rechthoekig? Welke hoek is dan recht?

- Driehoek  $ABC$  met  $AB = 10$ ,  $BC = 7,5$  en  $AC = 12,5$ .
- Driehoek  $DEF$  met  $DE = 2$ ,  $DF = 2$  en  $EF = 3$ .
- Driehoek  $GHI$  met  $GH = 10$ ,  $GI = 26$  en  $HI = 24$ .
- Driehoek  $KLM$  met  $KL = 5$ ,  $KM = 5$  en  $LM = \sqrt{50}$ .

**Opgave 18**

Een computer heeft een 17 inch monitor. Dit betekent dat de diagonaal van het zuiver rechthoekige beeldscherm 17 inch is. De hoogte van het beeld is dan 10 inch. 1 inch = 2,54 cm.

- Maak een schets van de situatie.
- Bereken de afmetingen van het beeldscherm. Geef je antwoord in mm nauwkeurig.

**Opgave 19**

Een rechthoek heeft zijden van 18 cm en 30 cm. Van een verkleining van die rechthoek is één van de zijden 6 cm.

Welke afmetingen kan de verkleining hebben? Geef beide mogelijkheden.

**Opgave 20**

$\triangle KLM \sim \triangle ABC$ . Verder is gegeven  $AB = 7,4$ ,  $BC = 5$ ,  $KM = 2,8$  en  $ML = 3,5$ .

Maak een schets van de situatie en bereken de twee zijden van deze driehoeken die je nog niet weet.

**Opgave 21**

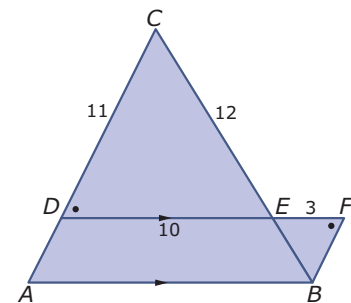
Willem heeft een poster van 50 bij 80 cm. Hij heeft een lijst voor de poster van 60 bij 100 cm. Willem ontdekt dat de poster daar niet mooi inpast en wil de poster zo bijsnijden dat hij gelijkvormig is met de lijst.

Hoe moet hij de poster bijsnijden opdat er zo min mogelijk van verloren gaat?

**Opgave 22**

Bekijk de figuur hiernaast. Alle afmetingen zijn in cm.

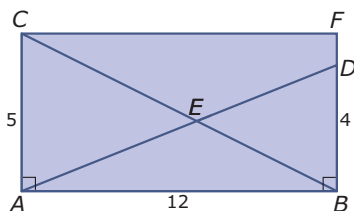
- Licht toe waarom de driehoeken  $DEC$  en  $FEB$  gelijkvormig zijn.
- Bereken de lengte van  $EB$ .  
Je wilt de lengte van  $AB$  berekenen.
- Welke gelijkvormige driehoeken gebruik je? Schrijf de gelijkvormigheid op de juiste wijze op.
- Bereken de lengte van  $AB$ .



Figuur 2.15

**Opgave 23**

Bekijk de figuur hieronder.



Figuur 2.16

Bereken  $CE$  en  $ED$  in één decimaal nauwkeurig.

**Opgave 24**

De hoogte van een boom kun je bepalen door de lengte van zijn schaduw te meten. Boris meet dat een boom een schaduw heeft van 25 m. Hijzelf heeft een schaduw van 1,40 m. Nu is Boris 1,80 m lang.

Bereken de hoogte van de boom in m nauwkeurig.





## Toepassen

Bekijk de applet.

Hier zie je een rechthoek met daarin een vierkant met een kleinere rechthoek ernaast. Is die kleinere rechthoek gelijkvormig met de grote rechthoek? Is het mogelijk om de rechthoek zo aan te passen dat dit het geval is?

Deze vraag leidt tot de bekende **Gulden Snede**. Dat is een al uit de Oudheid bekende manier om een lijnstuk zoals  $AE$  in twee delen te verdelen.

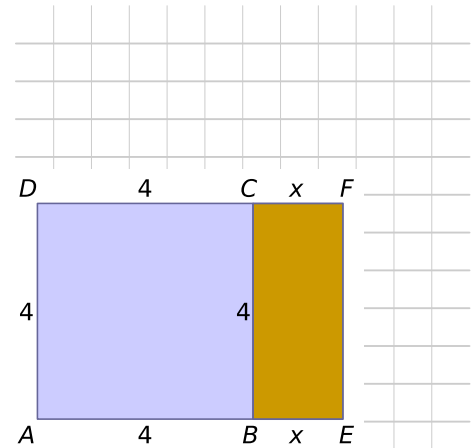
De vergrotingsfactor van  $AB$  naar  $AE$  waarbij de rechthoeken gelijkvormig zijn is de **Gulden Snede**.

### Opgave 25

Hierboven wordt de vraag gesteld of het mogelijk is om een rechthoek te verdelen in een vierkant en een kleinere rechthoek die met de gegeven rechthoek gelijkvormig is.

Met de applet kun je de lengte van de rechthoek wat aanpassen.

Probeer met de applet te bepalen welke afmetingen de rechthoek  $AEFD$  moet hebben om ervoor te zorgen dat hij gelijkvormig is met rechthoek  $EFCB$ . Bepaal ook de vergrotingsfactor van  $AB$  naar  $AE$ , de Gulden Snede dus.

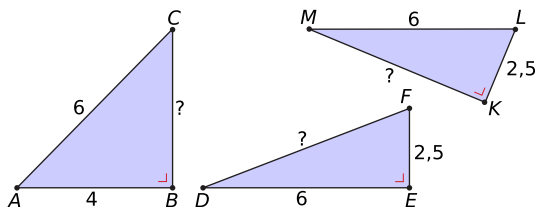


Figuur 2.17

## Testen

### Opgave 26

Hier zie je drie figuren met rechthoekige driehoeken.



Figuur 2.18

Bereken in elke figuur de lengte van de zijde met het vraagteken exact of in twee decimalen nauwkeurig.

### Opgave 27

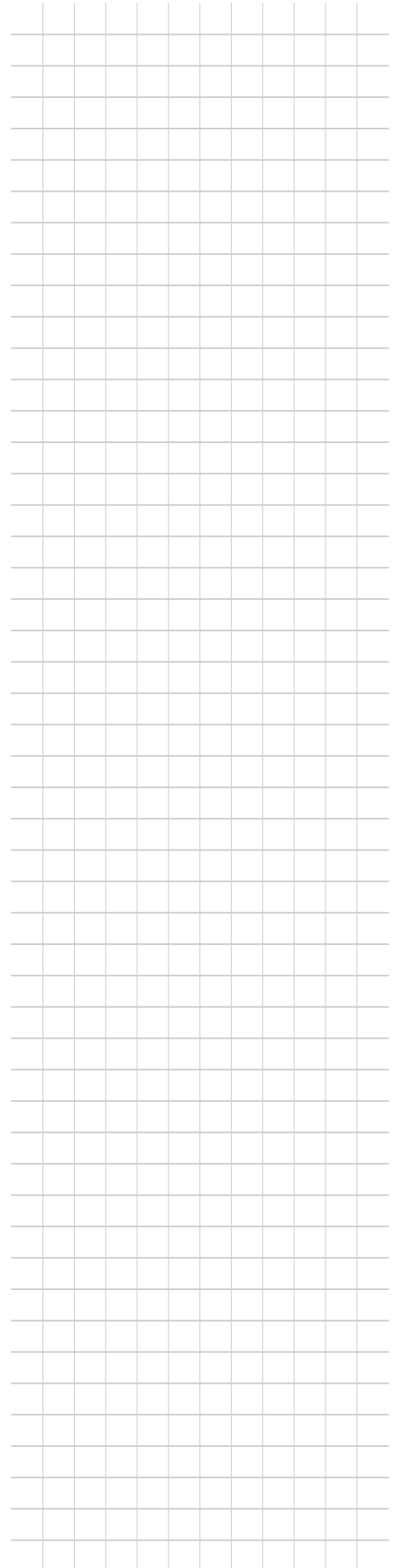
Iemand heeft een bijzonder tafelkleed gekocht en wil er speciaal een tafel voor laten maken. Het is een zuiver rond tafelkleed met een diameter van 2,40 meter. De tafel moet zuiver vierkant worden.

Hoe groot mag de zijde van deze tafel maximaal zijn om volledig bedekt te worden door het kleed? Geef je antwoord in cm nauwkeurig.

**Opgave 28**

Gegeven is  $\triangle ABC$  met  $AB = 12$  cm,  $BC = 6$  cm en  $AC = 7$ . Op zijde  $AC$  ligt punt  $D$  zo, dat  $\angle DBC = \angle A$ .

- a Teken de driehoek met lijnstuk  $BD$  er in. Welke twee gelijkvormige driehoeken zijn er? Leg uit waarom ze gelijkvormig zijn.
- b Punt  $D$  verdeelt de zijde  $AC$  in de twee stukken  $AD$  en  $DC$ . Bereken de lengte van die twee lijnstukken in twee decimalen nauwkeurig.



## 2.3 Omtrek en oppervlakte

### Inleiding

#### Je leert in dit onderwerp

- de omtrek en de oppervlakte van veelhoeken berekenen;
- werken met formules voor de oppervlakte van driehoeken en vierhoeken.

#### Voorkennis

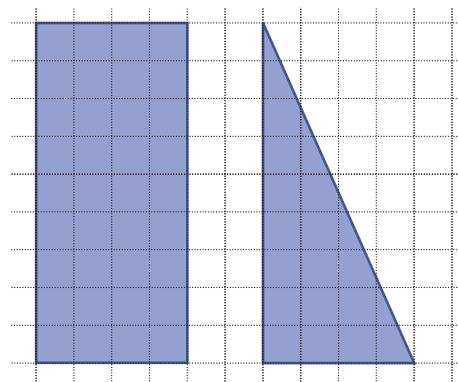
- vlakke figuren, met name driehoeken en vierhoeken en hun eigenschappen;
- lengtes van zijden in driehoeken berekenen met de stelling van Pythagoras en/of gelijkvormigheid.

### Verkennen

#### Opgave V1

Je ziet hier een rechthoek en een rechthoekige driehoek op een cm-rooster.

- Hoeveel  $\text{cm}^2$  is de oppervlakte van de rechthoek?
- Hoeveel  $\text{cm}^2$  is de oppervlakte van de rechthoekige driehoek?
- Waarom kun je van deze figuren gemakkelijk de oppervlakte bepalen?

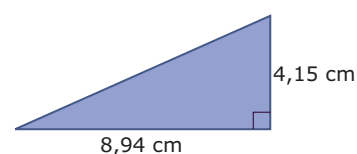


Figuur 2.1

#### Opgave V2

Dit is een rechthoekige driehoek die niet precies op een cm-rooster past.

- Waarom moet nu het rechtehoekteken in de figuur staan?
- Hoeveel  $\text{cm}^2$  is de oppervlakte van de rechthoekige driehoek? Geef het exacte antwoord. Laat je berekening zien.
- Hoe reken je in het algemeen de oppervlakte uit van een rechthoekige driehoek? Probeer je antwoord in formulevorm te geven.



Figuur 2.2

## Uitleg 1

Bekijk de applet: oppervlakte (halve) rechthoek en vierkant

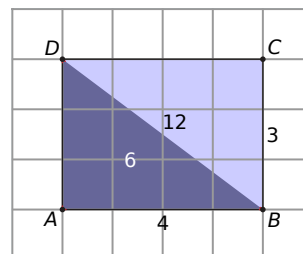
Bekijk de oppervlakte van de rechthoek. De rechthoek is verdeeld in twee rechthoekige driehoeken. Je ziet dat een rechthoekige driehoek de helft van een rechthoek is.

Om de oppervlakte van een figuur te bepalen kun je soms handig gebruikmaken van oppervlakteformules.

- De oppervlakte van een rechthoek kun je berekenen met *lengte · breedte*.  
Noem je de lengte  $l$  en de breedte  $b$ , dan geldt de formule:  
 $\text{oppervlakte (rechthoek)} = l \cdot b$
- Voor de oppervlakte van de rechthoekige driehoek, geldt:  
 $\text{oppervlakte (rechthoekige driehoek)} = \frac{1}{2} \cdot l \cdot b$
- Voor de oppervlakte van een vierkant (dus *lengte = breedte = zijde = z*) geldt:  
 $\text{oppervlakte (vierkant)} = z^2$

Van figuren met andere vormen kun je ook de oppervlakte uitrekenen:

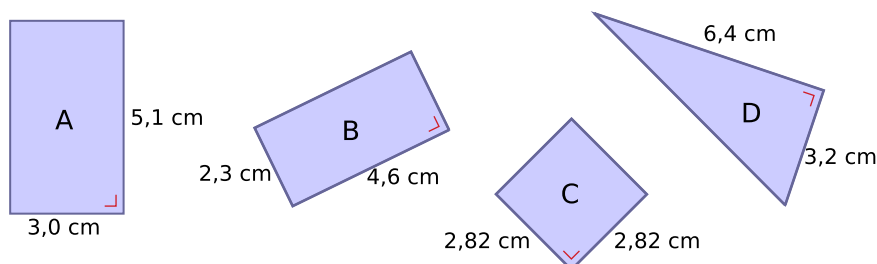
- Is de figuur uit bekende basisvormen opgebouwd, dan kun je eerst de oppervlakte van deze basisvormen berekenen. Daarna tel je die oppervlaktes bij elkaar op.
- Je kunt ook een rechthoek om een figuur heen maken. Bereken daar de oppervlakte van. Vervolgens trek je daar de oppervlakte van de 'te veel berekende' gebieden van af. De te veel berekende gebieden zijn de oppervlaktes tussen de figuur en de rechthoek eromheen.



Figuur 2.3

## Opgave 1

Bekijk de drie rechthoeken en rechthoekige driehoek.



Figuur 2.4

- Waarom moet je de oppervlakte van deze figuren berekenen met behulp van een oppervlakteformule?
- Bereken van elk van deze vier figuren de exacte oppervlakte.
- Van een rechthoek kun je gemakkelijk de omtrek berekenen. Welke formule geldt voor de omtrek van een rechthoek?

- d Bereken de exacte omtrek van de figuren A, B en C.
- e Hoe kun je van figuur D de omtrek bepalen?

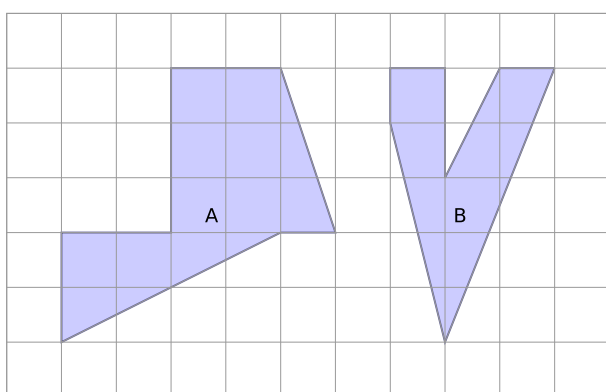
## Opgave 2

In **Uitleg 1** vind je de oppervlakteformule voor een vierkant.

- a Bereken de exacte oppervlakte van een vierkant met zijden van 4,7 mm.
- b Bereken de lengte van de zijde van een vierkant met een oppervlakte van  $15 \text{ mm}^2$  in tienden van millimeters nauwkeurig.
- c Welke formule geldt voor de omtrek van een vierkant met zijde  $z$ ?

## Opgave 3

Bekijk figuur A en B. De roostereenheid is 1 cm.



Figuur 2.5

- a Bereken de exacte oppervlakte van figuur A in  $\text{cm}^2$ .
- b Bereken de oppervlakte van figuur B in  $\text{cm}^2$ .

## Uitleg 2

**Bekijk de applet: Principe van Cavalieri.**

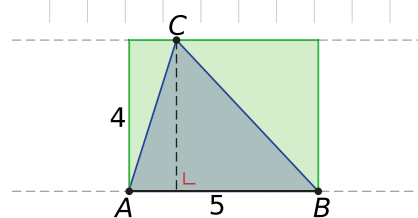
Je hebt geleerd dat de oppervlakte van een driehoek de helft is van de oppervlakte van de rechthoek, waarvan de lengte gelijk is aan de basis en de breedte gelijk is aan de hoogte van de driehoek:

$$\text{oppervlakte (driehoek)} = \frac{1}{2} \cdot \text{basis} \cdot \text{hoogte}$$

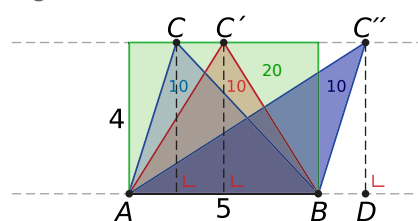
In de figuur zie je drie driehoeken:  $\triangle ABC$ ,  $\triangle ABC'$  en  $\triangle ABC''$ .

Zolang de basis en hoogte niet veranderen, verandert ook de oppervlakte van de driehoek niet. Je kunt dus de vorm van de driehoek veranderen door  $C$  evenwijdig aan de basis te verschuiven zonder dat de oppervlakte verandert. Dit heet het principe van Cavalieri. Verschuif je hoekpunt  $C$  naar  $C'$ , dan blijft de oppervlakte van beide driehoeken hetzelfde.

Oppervlakte  $\triangle ABC = \text{oppervlakte } \triangle ABC'$ .



Figuur 2.6



Figuur 2.7

Het principe van Cavalieri blijft ook gelden als één van de hoeken op de basis stomp wordt, zoals bij  $\triangle ABC''$  het geval is. De hoogte is dan een lijnstuk buiten de driehoek. In de figuur is dat  $C''D$ , de (loodrechte) afstand van de top  $C''$  tot het verlengde van de basis  $AB$ . De oppervlakte van de driehoeken  $\triangle ABC = \triangle ABC' = \triangle ABC''$  blijft gelijk.

**Bekijk de applet.**

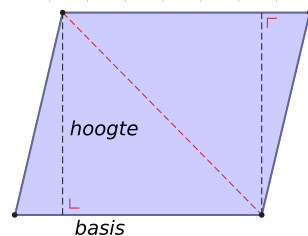
Elke vierhoek kun je verdelen in twee driehoeken.

De oppervlakte van een vierhoek is daarom gelijk aan de som van de oppervlaktes van de twee driehoeken waarin je hem kunt verdelen. Bij bijzondere vierhoeken levert dit eenvoudige formules op voor het berekenen van de oppervlakte.

Is een vierhoek een parallellogram, dan levert het verdelen twee gelijke driehoeken op. De oppervlakte van een parallellogram is daarom precies twee keer de oppervlakte van één van die driehoeken.

$$\text{oppervlakte (parallellogram)} = \text{basis} \cdot \text{hoogte}$$

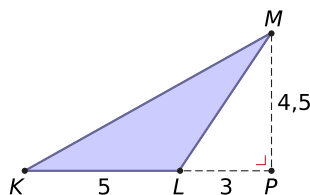
In de voorbeelden zie je ook hoe je de oppervlakte van enkele andere bijzondere vierhoeken zoals de vlieger en het trapezium berekent.



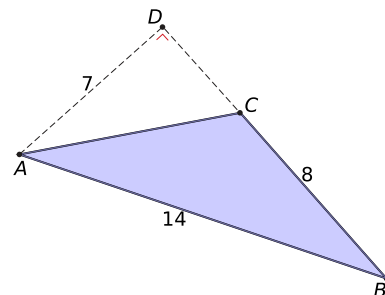
Figuur 2.8

#### Opgave 4

- Bereken de oppervlakte van  $\triangle KLM$ .
- Bereken de oppervlakte van  $\triangle ABC$ .



Figuur 2.9



#### Opgave 5

Teken een parallellogram  $ABCD$  met basis  $AB = 7$  en een hoogte van 5. (Gebruik daarbij handig het rooster).

- Als je de plaats van  $A$  en  $B$  hebt gekozen, is er dan nog maar één parallellogram mogelijk?
  - ja
  - nee
- In welke twee gelijke driehoeken kun je je parallellogram verdelen?
- Heeft elk parallellogram met een basis van 7 en een hoogte van 5 dezelfde oppervlakte?
  - ja
  - nee
- Bereken die oppervlakte met de formule voor de oppervlakte van een parallellogram. Controleer vervolgens met het rooster in de applet dat het antwoord correct is.

## Theorie en voorbeelden

### Om te onthouden

Onder de **omtrek** van een figuur versta je de hoeveelheid lengte-eenheden die je nodig hebt om de figuur om te trekken. De lengte-eenheid is de **meter** m.

Andere lengtematen leidt je hiervan af: 1 cm = 0,01 m, 1 mm = 0,001 m, etc.

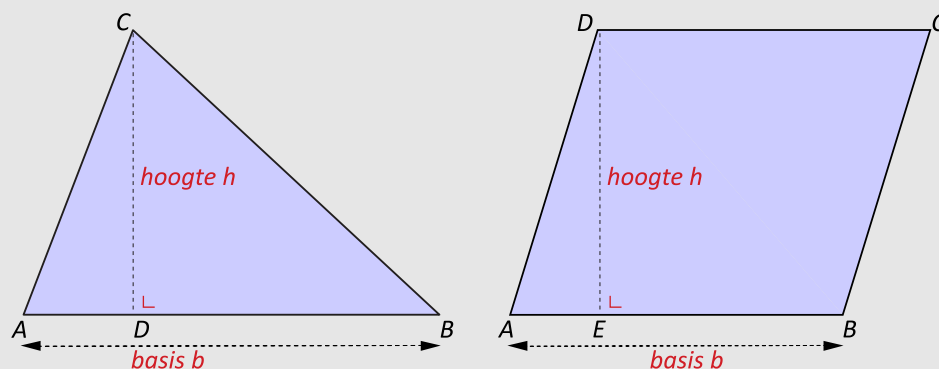
Over eenheden en hun voorvoegsels gaat onderdeel 6 van Rekenen 1.

Onder de **oppervlakte** van een figuur versta je de hoeveelheid oppervlakte-eenheden die je nodig hebt om de figuur te bedekken. De oppervlakte-eenheid is de **vierkante meter** m<sup>2</sup>.

Andere oppervlaktematen leidt je hiervan af: omdat 1 cm = 0,01 m is 1 cm<sup>2</sup> = 0,01 · 0,01 = 0,0001 m<sup>2</sup>.

Van een rechthoek bereken je snel de oppervlakte door de lengte en de breedte te vermenigvuldigen.

Een halve rechthoek is de helft daarvan.



Figuur 2.10

Elke veelhoek is ofwel te verdelen in rechthoeken en halve rechthoeken, ofwel te omlijsten door een rechthoek waarvan je dan kleinere rechthoeken en halve rechthoeken kunt 'afknippen'. Op die manier kun je van elke veelhoek de oppervlakte berekenen.

Je kunt daarmee ook **oppervlakteformules** afleiden:

- $opp(driehoek) = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h$  met basis  $b$  en hoogte  $h$ ;
- $opp(parm) = b \cdot h$  met basis  $b$  en hoogte  $h$ ;
- $opp(vlieger) = \frac{1}{2} \cdot p \cdot q$  met  $p$  en  $q$  de lengtes van de diagonalen;
- $opp(trapezium) = \frac{1}{2} \cdot (a + b) \cdot h$  met  $a$  en  $b$  de lengtes van de evenwijdige zijden en  $h$  de hoogte.

Als een figuur wordt vergroot met vergrotingsfactor  $k$  dan wordt ook de omtrek  $k$  keer zo groot, maar de oppervlakte wordt  $k \cdot k = k^2$  keer zo groot.

**Voorbeeld 1**

Bereken de oppervlakte van  $\triangle ABC$ .

Bereken ook de oppervlakte van  $\triangle PQR$  waarvan de lengtes van de zijden precies 3 keer zo groot zijn als die van  $\triangle ABC$ .

Antwoord

Voor de oppervlakte van een driehoek geldt:

$$\text{oppervlakte (driehoek)} = \frac{1}{2} \cdot \text{basis} \cdot \text{hoogte}$$

Van  $\triangle ABC$  is de basis  $AB = 0,5 + 1,6 = 2,1$  m en de hoogte  $CD$ . De lengte van  $CD$  bereken je met de stelling van Pythagoras. Ga na, dat  $CD = 1,2$  m.

$$\text{Dus is: } \text{opp}(\triangle ABC) = \frac{1}{2} \cdot 2,1 \cdot 1,2 = 1,26 \text{ m}^2.$$

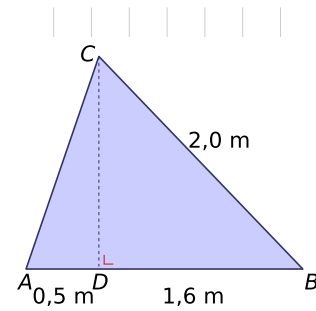
Van  $\triangle PQR$  zijn alle lengtes van zijden 3 keer zo groot.

Dus is  $\triangle PQR \sim \triangle ABC$ . (Welke hoeken overeenkomstige hoeken zijn is voor de oppervlakte niet van belang.)

De basis van  $\triangle PQR$  is (bijvoorbeeld)  $PQ = 6,3$  m.

De bijbehorende hoogte is dan  $3 \cdot 1,2 = 3,6$  m.

$$\text{Dus is: } \text{opp}(\triangle PQR) = \frac{1}{2} \cdot 6,3 \cdot 3,6 = 11,34 \text{ m}^2.$$



Figuur 2.11

**Opgave 6**

Bekijk **Voorbeeld 1**.

- a Reken zelf de lengte van hoogte  $CD$  na.

In het voorbeeld zie je hoe je met die hoogte de oppervlakte van  $\triangle ABC$  berekent.

- b Hoe kun je de omtrek van  $\triangle ABC$  berekenen?

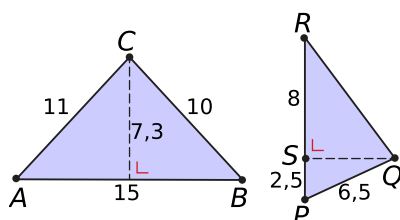
- c Hoe groot is de omtrek van  $\triangle PQR$ ?

- d  $\triangle KLM$  is een driehoek waarvan alle zijden 4 keer zo groot zijn dan die van  $\triangle ABC$ .

Hoe groot zijn de omtrek en de oppervlakte van  $\triangle KLM$ ?

**Opgave 7**

Bereken van deze driehoeken de oppervlakte en de omtrek.



Figuur 2.12

**Opgave 8**

De punten  $A(-3, -3)$ ,  $B(2, -3)$ ,  $C(3, -2)$  en  $D(0, 3)$  zijn gegeven. Neem 1 cm als roostereenheid.

- a Teken  $\triangle ABD$  in een assenstelsel. Bereken de oppervlakte van deze driehoek met behulp van de oppervlakteformule.



- b** Teken  $\triangle ACD$  in een nieuw assenstelsel. Waarom kun je de oppervlakte van  $\triangle ACD$  niet exact met behulp van de oppervlakteformule berekenen?
- c** Bereken op een andere manier de exacte oppervlakte van  $\triangle ACD$ .
- d** Meet nu de lengte van  $AC$  en meet de afstand van punt  $D$  tot  $AC$  in millimeter nauwkeurig.

Bereken met die getallen de oppervlakte van  $\triangle ACD$ . Rond af op één decimaal.

## Voorbeeld 2

Bereken de oppervlakte en de omtrek van deze vlieger.

Antwoord

Vlieger  $ABCD$  bestaat uit vier rechthoekige driehoeken:

- oppervlakte ( $\triangle ABS$ ) =  $\frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 30 = 600$
- oppervlakte ( $\triangle ASD$ ) = oppervlakte ( $\triangle ABS$ ) = 600
- oppervlakte ( $\triangle BCS$ ) =  $\frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 25 = 375$
- oppervlakte ( $\triangle CDS$ ) = oppervlakte ( $\triangle BCS$ ) = 375

De oppervlakte van de vlieger is daarom  $2 \cdot 600 + 2 \cdot 375 = 1950$  eenheden.

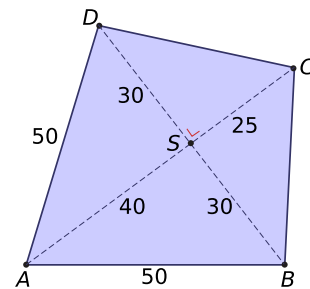
Voor de omtrek moet je de lengtes van de vier zijden optellen.

De lengtes van  $BC$  en  $CD$  moet je nog berekenen.

Met de stelling van Pythagoras:

$$BC = CD = \sqrt{30^2 + 25^2} = \sqrt{1525} \approx 39,1.$$

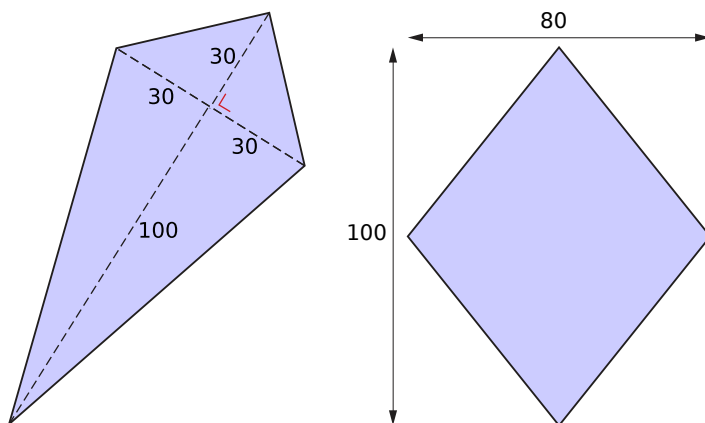
De omtrek is daarom ongeveer  $100 + 2 \cdot \sqrt{1525} \approx 178,1$ .



Figuur 2.13

## Opgave 9

Bereken de oppervlakte en de omtrek van de vlieger en de ruit.

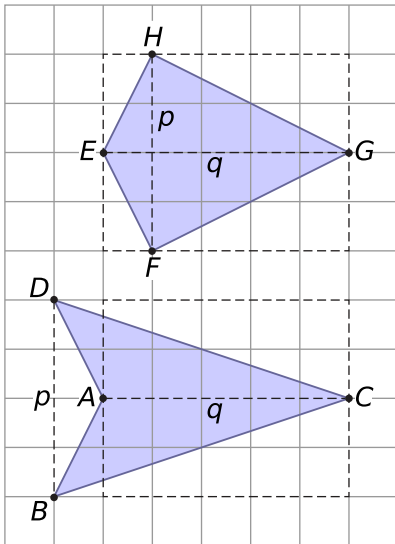


Figuur 2.14

## Opgave 10

Bekijk de vlieger.

- Laat zien waarom geldt:  $\text{oppervlakte (vlieger)} = \frac{1}{2} \cdot p \cdot q$
- Bekijk vlieger  $EFGH$  en 'pijlpuntvlieger'  $ABCD$  (dat is een vlieger met een stompe hoek op de symmetrieas). Je ziet dat in  $ABCD$  diagonaal  $BD$  buiten de figuur ligt. Leg aan de hand van de figuur uit waarom je de algemene formule voor de oppervlakte van vliegers ook voor pijlpuntvliegers kunt gebruiken.



Figuur 2.16

- Geldt deze formule voor de oppervlakte van een vlieger voor elke vlieger? Dus ook voor een ruit bijvoorbeeld?

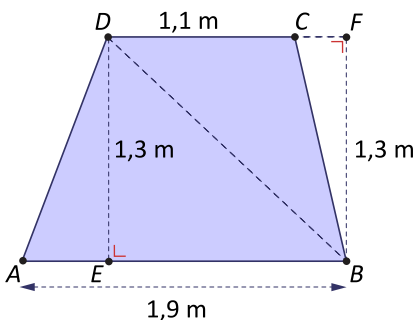
- ja
- nee

### Voorbeeld 3

Bereken de oppervlakte van het trapezium.

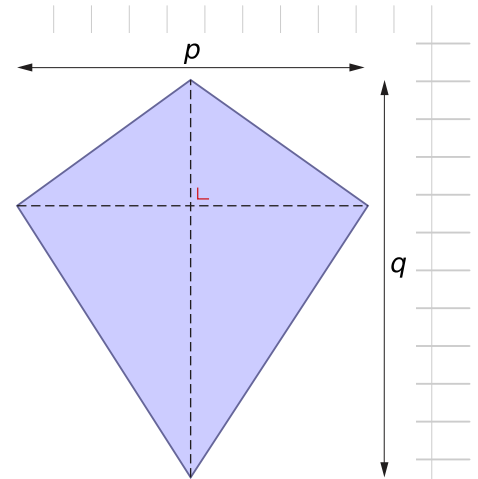
Antwoord

Het trapezium  $ABCD$  bestaat uit twee driehoeken met gelijke hoogte. Deze hoogtes zijn aangegeven met de lijnstukken  $DE$  en  $BF$ .

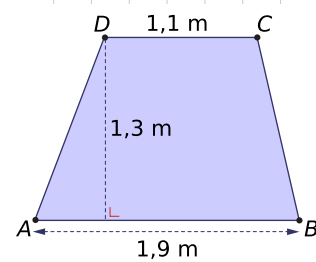


Figuur 2.18

$$\text{oppervlakte } (\triangle ABD) = \frac{1}{2} \cdot 1,9 \cdot 1,3 = 1,235 \text{ m}^2$$



Figuur 2.15



Figuur 2.17



$$\text{oppervlakte } (\triangle BCD) = \frac{1}{2} \cdot 1,1 \cdot 1,3 = 0,715 \text{ m}^2$$

$$\text{oppervlakte (trapezium)} = 1,235 + 0,715 = 1,95 \text{ m}^2$$

### Opgave 11

Bekijk het trapezium in **Voorbeeld 3**. Je kunt de oppervlakte van dit trapezium ook berekenen met de driehoeken die ontstaan door diagonaal  $AC$  te trekken. Laat zien dat je dan dezelfde oppervlakte krijgt.

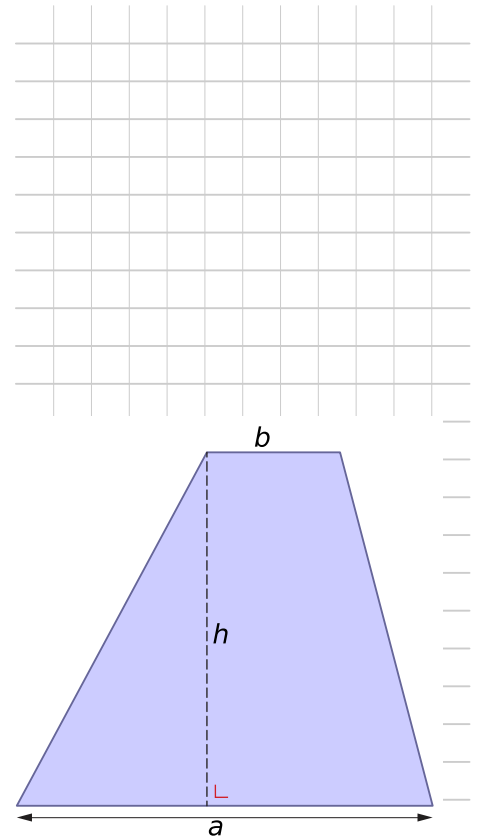
### Opgave 12

Bekijk het trapezium. Als de lengte van de twee evenwijdige zijden en de afstand tussen die twee zijden is gegeven, kun je de oppervlakte van het trapezium berekenen.

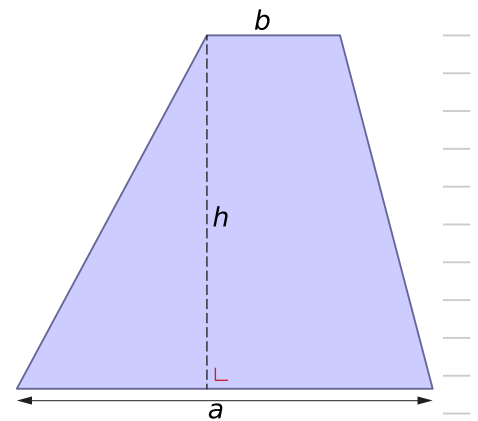
- Laat zien dat de oppervlakte van dit trapezium gelijk is aan  $\frac{1}{2} \cdot (a + b) \cdot h$ .
- Bereken, met behulp van de bij a gevonden oppervlakteformule, de oppervlakte van het trapezium uit het voorbeeld.
- Teken zelf een 'schuiner' trapezium waarvan de afstand tussen beide evenwijdige zijden niet binnen het trapezium valt. Kun je nog steeds met dezelfde formule de oppervlakte van zo'n trapezium berekenen?
- Kun je van dit trapezium de omtrek berekenen? Licht je antwoord toe.

### Opgave 13

Bekijk het trapezium. Gegeven is:  $a = 5$ ,  $h = 6$  en de oppervlakte is 19,5. Bereken de lengte van zijde  $b$ .



Figuur 2.19

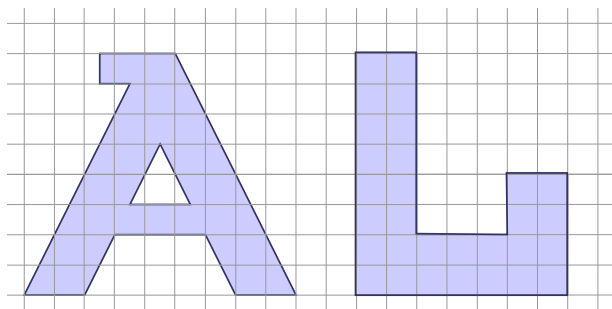


Figuur 2.20

## Oefenen

### Opgave 14

Hier en op het [werkblad](#) zie je een A en een L op roosterpapier. Je mag er van uitgaan dat de hoekpunten van de letter A die geen roosterpunt zijn telkens precies midden tussen twee roosterpunten liggen. Let op: de roostereenheid is 0,5 cm.

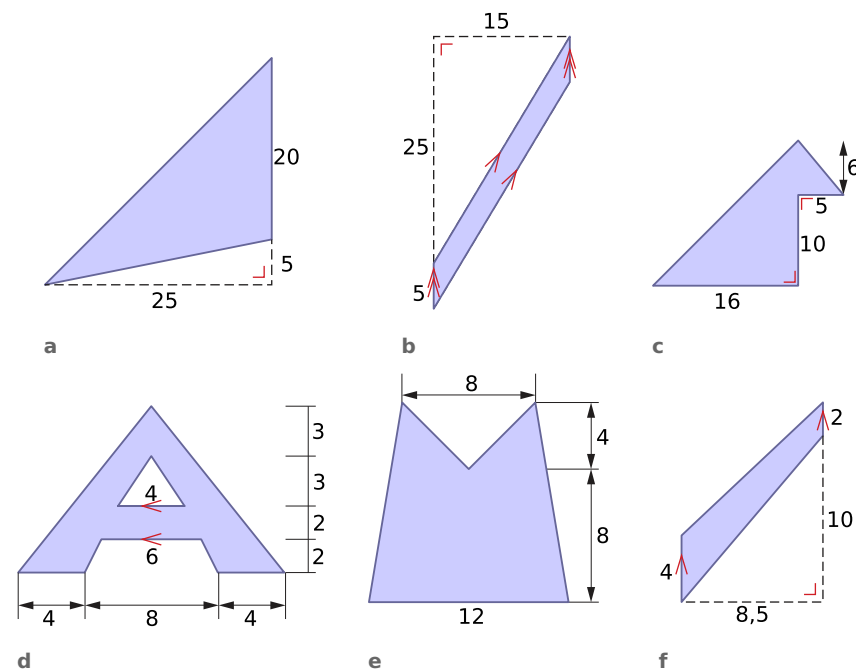


Figuur 2.21

- Bereken van zowel de A als de L de exacte oppervlakte in  $\text{mm}^2$ .
- Waarom kun je wel van de L, maar niet van de A de exacte omtrek bepalen?
- Bereken de omtrek van de L in mm.

### Opgave 15

Deze figuren staan ook op het [werkblad](#).



Figuur 2.22

Bereken de oppervlakte van de figuren. Je mag ervan uitgaan dat de figuren d en e lijnsymmetrisch zijn.

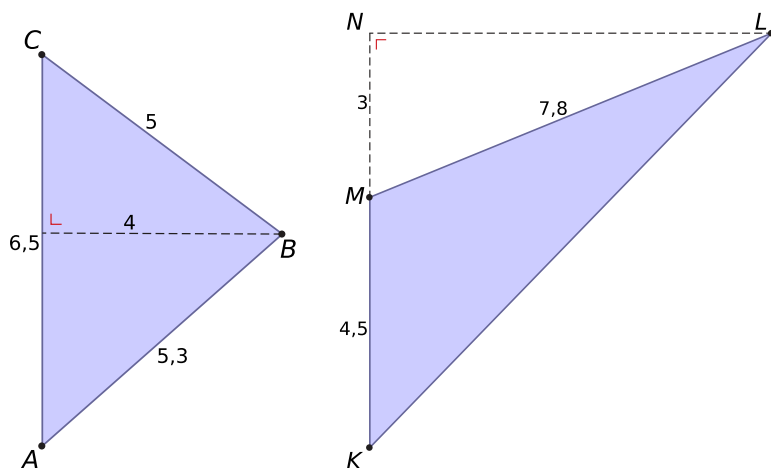
### Opgave 16

In een assenstelsel zijn de punten  $A(0, -2)$ ,  $B(3, -2)$ ,  $C(2, 2)$  en  $D(-2, 4)$  gegeven.

- Bereken de oppervlakte van  $\triangle ABC$ .
- Bereken de oppervlakte van  $\triangle ABD$ .
- Bereken de oppervlakte van  $\triangle ACD$ .

### Opgave 17

Bekijk de twee driehoeken.

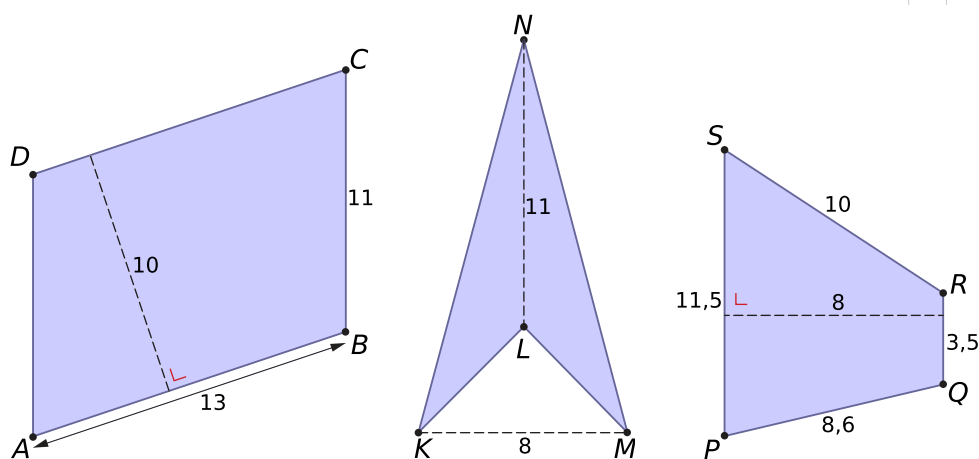


Figuur 2.23

Bereken van beide driehoeken de oppervlakte en de omtrek in één decimaal nauwkeurig.

### Opgave 18

Bekijk de drie vierhoeken: een parallellogram, een pijlpuntvlieger en een trapezium.



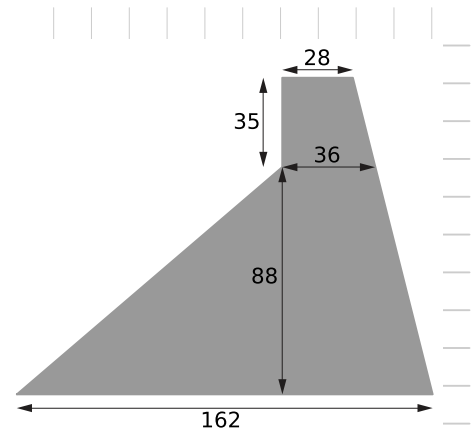
Figuur 2.24

Bereken de oppervlakte van deze vierhoeken.

**Opgave 19**

Bekijk de figuur. De onderkant en de bovenkant lopen evenwijdig. De linker bovenhoek is een rechte hoek ( $90^\circ$ ). Alle maten zijn in centimeters.

Bereken de oppervlakte van deze staalplaat.

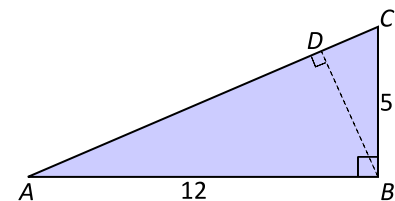


Figuur 2.25

**Opgave 20**

Je ziet hier een rechthoekige driehoek  $ABC$ . De afmetingen van de zijden staan in de figuur.

Bereken de lengte van lijnstuk  $BD$  met behulp van de oppervlakte van  $\triangle ABC$ .



Figuur 2.26

**Toepassen**

Een van de vele grote wiskundigen uit de Griekse Oudheid was **Heron van Alexandrië**. Hij leefde ongeveer van 10 na Christus tot 70 na Christus. Hij heeft een groot aantal formules bedacht, waaronder een formule om de oppervlakte van een driehoek te berekenen aan de hand van de lengtes van de drie zijden.

Deze formule staat ook wel bekend als de formule van Heron.

Stel dat een driehoek zijden  $a$ ,  $b$  en  $c$  heeft, dan luidt de formule:

$$\text{oppervlakte} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}.$$

Daarbij staat  $s$  voor de helft van de omtrek van de driehoek.

**Opgave 21**

Bekijk de formule van Heron.

- a** Waarom geldt  $s = \frac{a+b+c}{2}$ ?

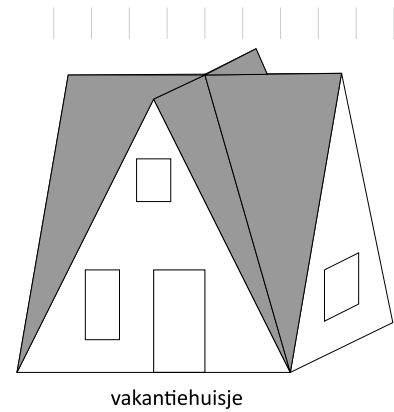
Gegeven is een rechthoekige driehoek met zijden van 3 cm, 4 cm en 5 cm.

- b** Bereken de oppervlakte van deze driehoek met de bekende formule met basis en hoogte.
- c** Bereken de oppervlakte met de formule van Heron. Ga na dat je dezelfde uitkomst krijgt.
- d** Bereken de oppervlakte van een driehoek met zijden van 12,9 cm, 9,3 cm en 11,8 cm. Rond af op twee decimalen.

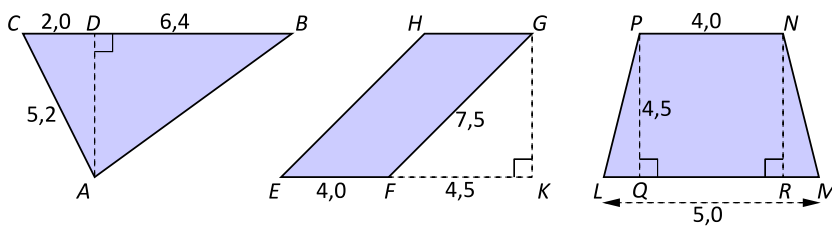
**Opgave 22: Vakantiehuisje**

Vakantiehuisjes zoals in bijgaande figuur hebben een grondoppervlak van 4 meter bij 4 meter en een hoogte van 4,8 meter.

- Bereken de oppervlakte van de voorgevel inclusief ramen en deur.
- Bereken de totale oppervlakte van het dak.
- Bereken de lengte van een dakgoot die tussen de twee hellende dakvlakken loopt.

**Figuur 2.27****Opgave 23**

Hier zie je drie figuren, een driehoek  $ABC$ , een parallellogram  $EFGH$  en een trapezium  $LMNP$  met  $MN = LP$ .

**Figuur 2.28**

Bereken van elke figuur de omtrek en de oppervlakte.

**Opgave 24**

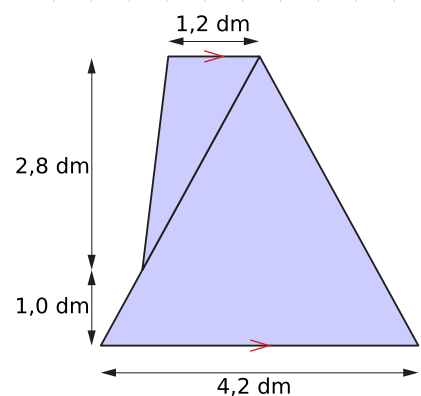
Van een driehoek  $PQR$  is de hoogte op  $QR$  gelijk aan 12 cm en de oppervlakte is  $60 \text{ cm}^2$ .

Bereken de lengte van  $QR$ .

**Opgave 25**

De figuur bestaat uit twee driehoeken. De zijden aan de onderen en de bovenkant van de figuur lopen evenwijdig aan elkaar. De afstandslijnen staan loodrecht op elkaar.

Bereken de oppervlakte van de totale figuur.

**Figuur 2.29**

## 2.4 Cirkels

### Inleiding

#### Je leert in dit onderwerp

- de omtrek en de oppervlakte van een cirkel berekenen;
- de omtrek en de oppervlakte van een cirkelsector berekenen.

#### Voorkennis

- vlakke figuren, met name driehoeken en vierhoeken en hun eigenschappen;
- lengtes van zijden in driehoeken berekenen met de stelling van Pythagoras en/of gelijkvormigheid;
- de omtrek en de oppervlakte van veelhoeken berekenen;
- werken met formules voor de oppervlakte van driehoeken en vierhoeken.

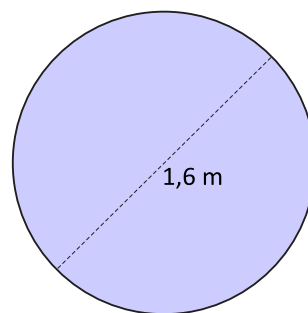
### Verkennen

#### Opgave V1

Dit is een rond tafelblad met een diameter van 1,6 m.

Je wilt dit tafelblad bekleden met een fineerlaag en langs de omtrek een afdekrand maken. Je gebruikt voor de omtrek de vuistregel  $3 \times \text{diameter}$ .

- Hoeveel cm afdekrand heb je dan nodig? Is dat genoeg, denk je?
- Hoeveel m<sup>2</sup> fineer heb je nodig om het tafelblad te bekleden?



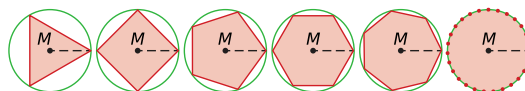
Figuur 2.1

### Uitleg

#### Bekijk de applet.

Al in de Oudheid wilde men weten hoe je de omtrek van een cirkel berekent. Door een regelmatige veelhoek in de cirkel te passen en van die veelhoek de omtrek te bepalen, kun je de omtrek van de cirkel benaderen. Hoe meer hoeken de veelhoek heeft, hoe beter de benadering van de cirkel. De veelhoek gaat namelijk steeds meer op een cirkel lijken.

**Benadering omtrek cirkel met  $\text{straal} = 1$  en  $\text{diameter} = 2$**



| $n$ -hoek                 | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | ...27 |
|---------------------------|------|------|------|------|------|-------|
| omtrek(veelhoek)          | 5,20 | 5,66 | 5,88 | 6,00 | 6,07 | 6,27  |
| omtrek(veelhoek)/diameter | 2,60 | 2,83 | 2,94 | 3,00 | 3,04 | 3,13  |

Figuur 2.2

In de figuur zijn de omtrek van de cirkel en het getal waarmee je de diameter moet vermenigvuldigen om de omtrek te berekenen, benaderd.



De werkelijke omtrek van de cirkel is  $3,14159265... \cdot 2$ .

Het getal  $3,14159265...$  wordt "pi" genoemd en aangeduid met de Griekse letter  $\pi$ .

$\pi$  heeft oneindig veel decimalen zonder enige regelmaat.

Zo is al in de Oudheid ontdekt dat voor een cirkel met straal  $r$  en diameter  $d = 2r$  geldt:

- $omtrek(cirkel) = \pi \cdot d$
- $opp(cirkel) = \pi \cdot r^2$

### Opgave 1

Het getal  $\pi$  is ook op je rekenmachine te vinden.

- Schrijf de waarde van  $\pi$  in negen decimalen op.
- De Oude Grieken dachten dat  $\pi$  een breuk was.

Ze gebruikten voor  $\frac{omtrek}{diameter}$  van een cirkel soms de breuk  $\frac{22}{7}$ .

Hoeveel verschilt dit getal van  $\pi$ ? Rond af op negen decimalen.

### Opgave 2

Je hebt een cirkel met een straal van 5 cm.

- Hoe groot is de diameter?
- Bereken de omtrek van deze cirkel in tienden van millimeters nauwkeurig.

Eigenlijk is de cirkel alleen de lijn zelf, het middelpunt hoort er zelfs niet bij. Maar als je over de oppervlakte ervan spreekt bedoel je (natuurlijk) de oppervlakte van het binnengebied.

- Bereken die oppervlakte in  $mm^2$  nauwkeurig.

### Opgave 3

Ga uit van een cirkel met straal  $r$ . De diameter is  $d = 2r$ .

- Welke formule kun je opschrijven voor de omtrek  $P$  van die cirkel uitgedrukt in de straal?
- Laat zien dat voor de oppervlakte  $A$  van deze cirkel geldt:  
 $A = \frac{1}{4}\pi d^2$

## Theorie en voorbeelden

### Om te onthouden

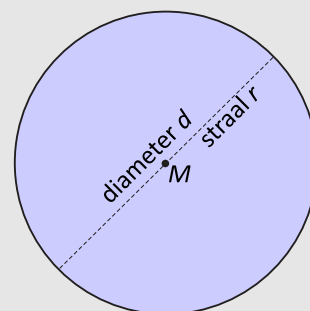
Een **cirkel** is een kromme lijn waarvan alle punten dezelfde afstand tot een gegeven **middelpunt**  $M$  hebben. Die afstand heet de **straal**  $r$  van de cirkel.

De **diameter** van de cirkel is twee keer de straal  $d = 2r$ .

Voor een cirkel met straal  $r$  en diameter  $d = 2r$  geldt:

- $omtrek(cirkel) = \pi \cdot d$
- $opp(cirkel) = \pi \cdot r^2$

Een **cirkelsector** is een deel van de cirkel in de vorm van een 'taartpunt' tot het middelpunt.



Figuur 2.3

### Voorbeeld 1

Je kunt een cirkel in cirkelsectoren (taartpunten) opdelen. Bereken van deze cirkelsector de omtrek en de oppervlakte.

Antwoord

De omtrek van de cirkelsector bestaat uit twee lijnstukken van 5 cm en een deel van de omtrek van een cirkel met een straal van 5 cm.

Deze cirkel heeft een omtrek van  $\pi \cdot d = \pi \cdot 10$  cm.

De cirkelsector heeft een sectorhoek van  $72^\circ$ .

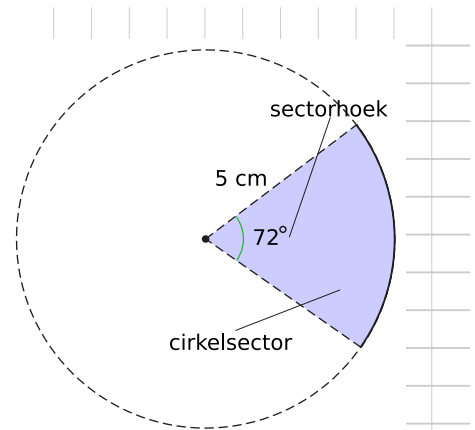
Een hele cirkel beslaat  $360^\circ$ . De lengte van de cirkelboog die hoort bij de cirkelsector is dus het  $\frac{72}{360}$  deel van de omtrek van de hele cirkel. De lengte van de cirkelboog is  $\frac{72}{360} \cdot \pi \cdot 10 \approx 6,3$  cm.

De totale omtrek van de cirkelsector is in één decimaal nauwkeurig:  $2 \cdot 5 + \frac{72}{360} \cdot \pi \cdot 10 \approx 16,3$  cm

Om de oppervlakte van de cirkelsector te berekenen, bedenk je eerst dat de gehele cirkel een oppervlakte van  $\pi r^2 = \pi \cdot 5^2$  cm<sup>2</sup> heeft.

De oppervlakte van de cirkelsector is het  $\frac{72}{360}$  deel van de oppervlakte van de gehele cirkel.

De oppervlakte van de cirkelsector is dus  $\frac{72}{360} \cdot \pi \cdot 5^2 \approx 15,71$  cm<sup>2</sup>.



Figuur 2.4

### Opgave 4

Bekijk de berekening van de omtrek en de oppervlakte van een cirkelsector in **Voorbeeld 1**. Bereken de omtrek en de oppervlakte van een cirkelsector met een straal van 25 cm en een sectorhoek van  $113^\circ$ . Rond af op twee decimalen.

### Opgave 5

Het binnengebied van een rotonde is zuiver cirkelvormig met een straal van 16 m. Het gebied is verdeeld in drie even grote cirkelsectoren. Langs alle randen van die sectoren worden drie verschillende soorten struiken geplant. Eén van die drie sectoren wordt langs de complete rand met 120 rozenstruikjes beplant. De afstand tussen de rozenstruikjes (tussen de middens) is 0,55 m.

- a Bereken de omtrek van deze cirkelsector in meters. Hoeveel rozenstruikjes zijn er nodig?

Het binnengebied van elke cirkelsector wordt een grasveldje.

- b Hoeveel m<sup>2</sup> gras heeft elke cirkelsector?

### Voorbeeld 2

Bereken de straal van een cirkel met een omtrek van 10 cm in millimeters nauwkeurig.

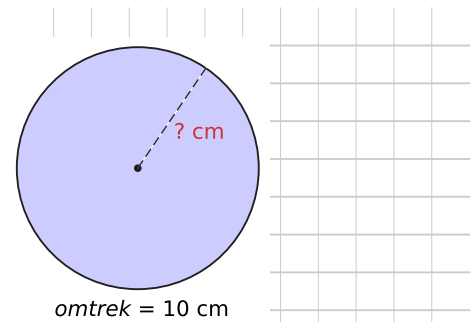
Antwoord

Voor de omtrek van een cirkel geldt:  $omtrek(cirkel) = 2\pi r$

Hier is de omtrek 10 cm.

Dus geldt voor de straal  $r$  van de cirkel:  $2\pi r = 10 \text{ cm}$

De straal is daarom:  $\frac{10}{2\pi} \approx 1,6 \text{ cm}$



Figuur 2.5

### Opgave 6

Bekijk de berekening van de straal van een cirkel met een gegeven omtrek in **Voorbeeld 2**.

- Bereken de straal van een cirkel met een omtrek van 25 cm in twee decimalen nauwkeurig.
- Bereken nu de diameter van een cirkel met een omtrek van 30 cm in twee decimalen nauwkeurig.

### Opgave 7

Het binnengebied van een rotonde is zuiver cirkelvormig. Langs de rand van dit binnengebied staan 200 rozenstruiken met een onderlinge afstand tussen de middens van 0,55 m.

- Hoeveel meter is de omtrek van deze rotonde (ongeveer)?
- Bereken de straal van deze rotonde. Rond af op één decimaal.

### Voorbeeld 3

Bereken de straal van een cirkel met een oppervlakte van  $10 \text{ cm}^2$  in millimeters nauwkeurig.

Antwoord

Voor de oppervlakte van een cirkel geldt:

$$oppervlakte(cirkel) = \pi \cdot \text{straal}^2$$

De oppervlakte van de cirkel is  $10 \text{ cm}^2$ .

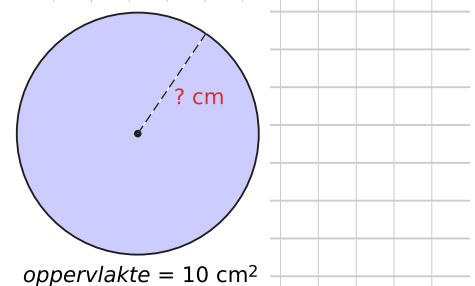
Dus geldt:

$$\pi r^2 = 10$$

$$r^2 = \frac{10}{\pi}$$

$$r = \sqrt{\frac{10}{\pi}} \approx 1,8$$

Dat is 18 mm.



Figuur 2.6

### Opgave 8

Bekijk de berekening van de straal van een cirkel met een gegeven oppervlakte in **Voorbeeld 3**.

- Voer zelf de berekening uit en geef het antwoord in tienden van millimeters nauwkeurig.
- Bereken de diameter van een cirkel met een oppervlakte van  $25 \text{ cm}^2$  in twee decimalen nauwkeurig.

### Opgave 9

Het binnengebied van een rotonde is zuiver cirkelvormig. De oppervlakte van dit binnengebied is  $200 \text{ m}^2$ .

- Hoe groot is de straal van deze rotonde in meters nauwkeurig? Rond af op twee decimalen.
- Bereken de omtrek van dit binnengebied in één decimaal nauwkeurig.

## Oefenen

### Opgave 10

De grote wijzer van een kerkklok is 1,5 m lang.

- Bereken de lengte van de weg die de punt van de wijzer in een kwartier aflegt in centimeters nauwkeurig.
- Legt de wijzerpunt in een jaar tijd ongeveer 100 km af? Licht je antwoord toe.

### Opgave 11

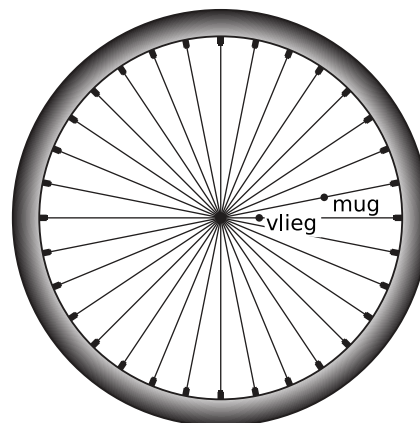
Ga ervan uit dat de aarde precies bolvormig is en dat de omtrek 40000 km is.

- Bereken de straal van de aarde in gehele kilometers nauwkeurig.
- Stel je voor dat om de evenaar een touw is gespannen. Als je dat touw nu overal op de evenaar op 1 meter boven het aardoppervlak wilt bevestigen, hoeveel extra meter touw heb je dan nodig? Rond af op gehele meters.

### Opgave 12

Op een spaak van een fietswiel zit een vlieg, op een andere spaak zit een mug. De vlieg zit 10 cm van de as, de mug 30 cm. Het wiel draait precies één keer rond, zodat de vlieg en de mug allebei een cirkel draaien.

Hoeveel gehele centimeters is de cirkel van de mug groter dan die van de vlieg?



Figuur 2.7

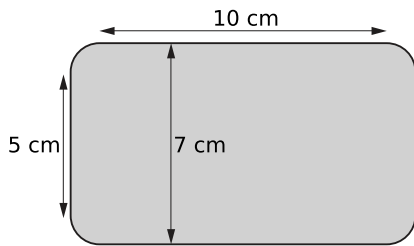
### Opgave 13

Een cd-rom heeft een diameter van 12 cm. Het gaatje in het midden heeft een diameter van 15 mm.

Bereken de oppervlakte van de cd-rom in  $\text{cm}^2$ . Rond af op één decimaal.

### Opgave 14

Je ziet een blik sardines. In het bovenaanzicht zijn de afmetingen getekend. De afgeronde hoeken zijn kwartcirkels.

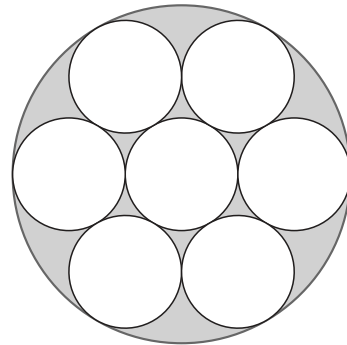


Figuur 2.9

Bereken de oppervlakte van de bovenkant van zo'n sardineblik in  $\text{cm}^2$ . Rond af op twee decimalen.

### Opgave 15

Dit is het bovenaanzicht van zeven gelijke balletjes die precies binnen een grote cirkelvormige doos passen. Elk balletje heeft een diameter van 20 cm. Bereken de oppervlakte van de lege ruimte die overblijft in dit bovenaanzicht. Geef je antwoord in hele  $\text{mm}^2$ .



Figuur 2.10

### Opgave 16

Een cirkel heeft een oppervlakte van  $400 \text{ m}^2$ .

Bereken de omtrek van deze cirkel in meters nauwkeurig.

### Toepassen

De planeten bewegen ongeveer in cirkels om de zon. De maan draait ongeveer in een cirkel om de aarde. Je kunt opzoeken hoe groot de straal van die banen (ongeveer) is en hoelang de planeten en de maan over één omwenteling doen.

Daarmee kun je de snelheid berekenen waarmee de planeten en de maan bewegen door de ruimte.

### Opgave 17

De aarde draait in ongeveer 365,25 dagen om de zon en staat ongeveer  $149,6 \times 10^6 \text{ km}$  van de zon af (gemiddeld).

Met welke snelheid (in  $\text{km/h}$ ) beweegt de aarde om de zon? Rond af op twee decimalen.



Figuur 2.8

### Opgave 18

De maan draait in ongeveer 27,32 dagen om de aarde en staat ongeveer 384450 km van de aarde af (gemiddeld).

Met welke snelheid (in km/h) beweegt de Maan om de Aarde? Rond af op twee decimalen.

## Testen

### Opgave 19

De omtrek van een bloempot is circa 68 cm.

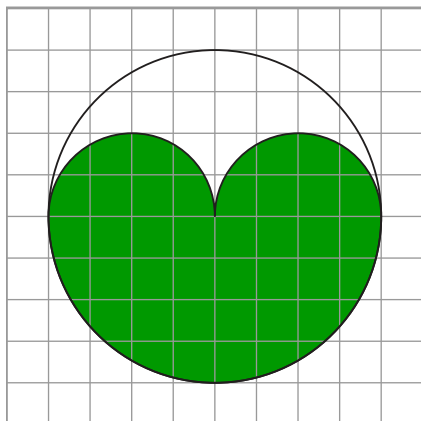
- Bereken de diameter van deze bloempot in cm, in mm nauwkeurig.
- Hoe groot is de straal van deze bloempot in cm, in mm nauwkeurig?

### Opgave 20

Van een pizza met een diameter van 70 cm wordt op de normale manier acht gelijke punten gesneden. Bereken de oppervlakte van één zo'n punt in hele  $\text{mm}^2$ .

### Opgave 21

In de afbeelding zie je een cirkel met een diameter van 8 centimeter. Daarvan is een deel groen gemarkeerd. Bereken de oppervlakte van het deel binnen de cirkel dat niet gemarkeerd is.



Figuur 2.11

## 2.5 Bijzondere lijnen

### Inleiding

#### Je leert in dit onderwerp

- in een driehoek deellijnen, middelloodlijnen, zwaartelijnen, hoogtelijnen tekenen;
- de omgeschreven en de ingeschreven cirkel van een driehoek tekenen.

#### Voorkennis

- vlakke figuren, met name driehoeken en vierhoeken en hun eigenschappen;
- lengtes van zijden in driehoeken berekenen met de stelling van Pythagoras en/of gelijkvormigheid;
- de omtrek en de oppervlakte van veelhoeken en cirkels berekenen;
- werken met formules voor de oppervlakte van driehoeken, vierhoeken en cirkels.

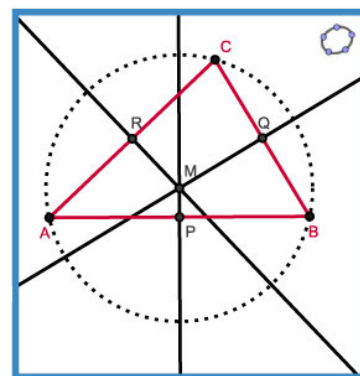
### Verkennen

#### Opgave V1

##### Bekijk de applet: middelloodlijnen

Gegeven is een driehoek  $ABC$ . Van elke zijde is een middelloodlijn getekend. Deze middelloodlijnen lijken door één punt te gaan.

- Wat is een middelloodlijn eigenlijk precies?
- Het lijkt er op dat deze middelloodlijnen door één punt gaan. Teken zelf een driehoek met de drie middelloodlijnen en ga na dat ze alle drie door één punt gaan.
- De getekende cirkel heet de omgeschreven cirkel van deze driehoek. Teken zo'n cirkel in jouw driehoek.



Figuur 2.1

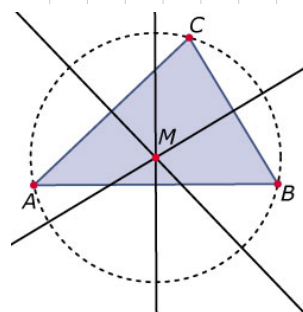
### Uitleg

##### Bekijk de applet: middelloodlijnen

Een **middelloodlijn** van een lijnstuk is een lijn die door het midden van dat lijnstuk gaat en er loodrecht op staat, dus de symmetrieas van dat lijnstuk.

Je ziet hier  $\triangle ABC$  met daarin de drie middelloodlijnen van de zijden getekend. Die drie lijnen gaan door één punt  $M$ . Dit punt  $M$  is het middelpunt te zijn van een cirkel door de drie hoekpunten van die driehoek. Deze cirkel heet de **omgeschreven cirkel** van de driehoek.

Er zijn nog meer bijzondere lijnen in een driehoek...



Figuur 2.2

## Opgave 1

Bekijk in de **Uitleg** wat middelloodlijnen zijn.

- Teken een (niet al te kleine) driehoek  $ABC$ . Teken daarin de middelloodlijnen van elk van de drie zijden van de driehoek.
- Gaan de drie middelloodlijnen door één punt  $D$ ?
- Je kunt een cirkel tekenen die precies om de driehoek past en  $D$  als middelpunt heeft. Ga dat in je figuur na, dit is de omgeschreven cirkel van  $\triangle ABC$ .

## Opgave 2

De deellijn of bissectrice van een hoek is een lijn die deze hoek in twee gelijke delen verdeelt.

- Teken een (niet al te kleine) driehoek  $ABC$ . Teken daarin de deellijnen van elk van de drie hoeken van de driehoek.
- Gaan de drie deellijnen door één punt  $D$ ?
- Je kunt een cirkel tekenen die precies binnen de driehoek past en  $D$  als middelpunt heeft. Ga dat in je figuur na, dit is de ingeschreven cirkel van  $\triangle ABC$ .

## Opgave 3

Een zwaartelijn in een driehoek is een lijn door een hoekpunt en het midden van de zijde tegenover dat hoekpunt.

- Teken een (niet al te kleine) driehoek  $ABC$ . Teken daarin de drie zwaartelijnen  $CP$ ,  $AQ$  en  $BR$  van de driehoek.
- Gaan de drie zwaartelijnen door één punt  $Z$ ?

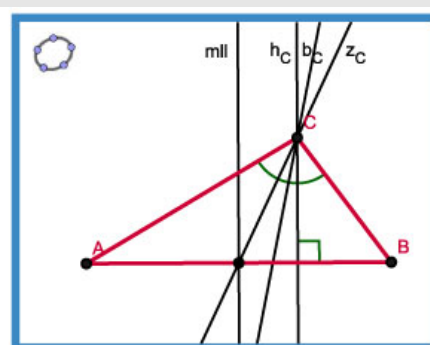
## Theorie en voorbeelden

### Om te onthouden

**Bekijk de applet: bijzondere lijnen in een driehoek**

In veel vlakke figuren kun je bijzondere lijnen tekenen. Je ziet hier in  $\triangle ABC$ :

- de **middelloodlijn** van zijde  $AB$ , dat is een lijn die deze zijde loodrecht middendoor deelt;
- de **deellijn** of **bissectrice** van  $\angle C$ , dat is een lijn die deze hoek middendoor deelt;
- de **zwaartelijn** vanuit punt  $C$ , dat is een lijnstuk vanuit dit punt naar het midden van de overstaande zijde (de zijde tegenover punt  $C$ );
- de **hoogtelijn** vanuit punt  $C$ , dat is een lijnstuk vanuit dit punt loodrecht op de overstaande zijde (de zijde tegenover punt  $C$ ).



Figuur 2.3





Dit zijn **definities** van deze bijzondere lijnen. Andere definities zijn:

- de **omgeschreven cirkel** van een driehoek is de cirkel door de drie hoekpunten;
- de **ingeschreven cirkel** van een driehoek is de grootste cirkel die nog precies binnen de driehoek ligt.

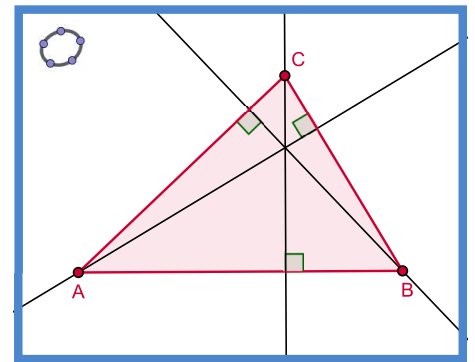
De bijzondere lijnen van een driehoek hebben bepaalde eigenschappen. Je kunt uitspraken doen als “De drie middelloodlijnen in een driehoek gaan door één punt en dat punt is het middelpunt van een cirkel door de drie hoekpunten van de driehoek.”

### Voorbeeld 1

Bekijk de applet: [hoogtelijnen](#)

Je ziet hier  $\triangle ABC$  met daarin de drie hoogtelijnen.

Ook die drie hoogtelijnen gaan door één punt, zelfs als twee hoogtelijnen niet binnen de driehoek vallen.



Figuur 2.4

### Opgave 4

Bekijk de hoogtelijnen in [Voorbeeld 1](#).

- Teken zelf een driehoek met drie scherpe hoeken.
- Teken in je driehoek de drie hoogtelijnen.
- Gaan de drie hoogtelijnen door één punt?

### Opgave 5

Bekijk de hoogtelijnen in [Voorbeeld 1](#).

- Teken zelf een driehoek met één stompe hoek.
- Teken in je driehoek de drie hoogtelijnen. Je moet daartoe twee zijden verlengen.
- Gaan de drie hoogtelijnen door één punt?

### Opgave 6

In elke driehoek  $ABC$  gaan de drie bissectrices door één punt.

Teken de ingeschreven cirkel van een  $\triangle ABC$ .

**Voorbeeld 2****Bekijk de applet: zwaartelijnen**

Je ziet hiernaast  $\triangle ABC$  waarin de drie zwaartelijnen zijn getekend. Deze lijnstukken verbinden een hoekpunt met het midden van de overstaande zijde. Hun snijpunt is het zwaartepunt  $Z$  van de driehoek. Een opvallende eigenschap van het zwaartepunt is dat dit punt de zwaartelijnen in twee stukken verdeelt die de verhouding  $2 : 1$  hebben.

Laat dit zien met behulp van gelijkvormigheid.

Antwoord

Teken lijnstuk  $EF$ .

Uit de gelijkvormigheid van de driehoeken  $ABC$  en  $FEC$  volgt  $EF \parallel AB$  en  $EF = \frac{1}{2} \cdot AB$ .

En daarom is  $\triangle ABZ \sim \triangle EFZ$ . De overeenkomstige zijden vormen dus een verhoudingstabel:

|      |      |      |
|------|------|------|
| $AB$ | $BZ$ | $AZ$ |
| $EF$ | $FZ$ | $EZ$ |

Tabel 2.1

De vergrotingsfactor van  $\triangle ABZ$  naar  $\triangle EFZ$  bedraagt  $\frac{1}{2}$ , dus

$$EZ = \frac{1}{2} \cdot AZ \text{ en } FZ = \frac{1}{2} \cdot BZ.$$

En dus is  $AZ : EZ = BZ : FZ = 2 : 1$ .

**Opgave 7**

Bekijk **Voorbeeld 2**.

- a** Teken zelf  $\triangle ABC$  met de zwaartelijnen  $AE$  en  $BF$  en teken lijnstuk  $EF$ .

Waarom zijn de driehoeken  $ABC$  en  $FEC$  gelijkvormig?

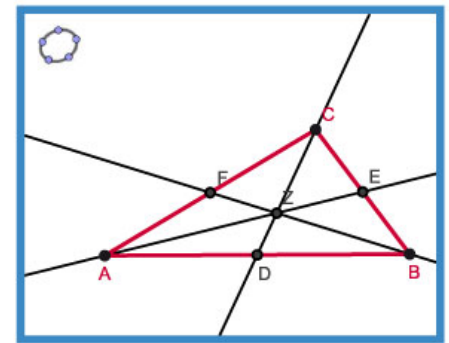
- b** Leg uit, dat dit betekent dat  $EF \parallel AB$  en  $EF = \frac{1}{2} \cdot AB$ .  
**c** Leg uit, dat uit het voorgaande volgt dat  $\triangle ABZ \sim \triangle EFZ$ .  
**d** Hoe kom je aan de vergrotingsfactor van  $\triangle ABZ$  naar  $\triangle EFZ$ ?

**Opgave 8**

De stelling dat de zwaartelijnen in een driehoek elkaar verdelen in stukken die zich verhouden als  $2 : 1$  kun je gebruiken bij meetkundige berekeningen.

Van een gelijkbenige driehoek  $ABC$  is  $AB = AC = 6$  en  $BC = 4$  cm. De drie zwaartelijnen snijden elkaar in punt  $Z$ .

Bereken de lengte van lijnstuk  $AZ$ .



Figuur 2.5

## Oefenen

### Opgave 9

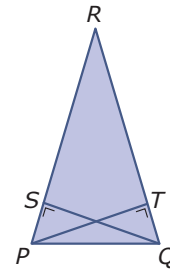
Teken een gelijkbenige driehoek  $ABC$  met  $AB = AC$ .

- Teken de hoogtelijn  $AD$ .
- Welke twee congruente driehoeken vind je nu in je figuur?
- Waarom volgt uit die congruentie dat  $AD$  ook deellijn van  $\angle A$  is? En ook dat  $AD$  ook zwaartelijn en middelloodlijn is?

### Opgave 10

Je ziet hier een gelijkbenige driehoek  $PQR$  met de hoogtelijnen  $PT$  en  $QS$ . Verder is  $PQ = 4$  en  $PR = QR = 8$  cm.

- Teken deze driehoek en teken er de derde hoogtelijn  $RU$  bij in.
- Waarom is  $\triangle PQS \sim \triangle PRU$ ?
- Bereken de lengte van alle drie de hoogtelijnen.



Figuur 2.6

### Opgave 11

Gegeven is een gelijkzijdige driehoek  $ABC$  met zijden van 6 cm.

Teken van deze driehoek zowel de omgeschreven cirkel als de ingeschreven cirkel en bereken van beide de straal.

### Opgave 12

In een rechthoekige driehoek  $PQR$  is  $\angle Q = 90^\circ$ ,  $PQ = 24$ . Verder is de zwaartelijn  $PT = 26$  cm. De zwaartelijnen  $PT$  en  $RU$  snijden elkaar in  $Z$ .

- Maak een schets van de situatie.
- Bereken de lengte van  $QR$  en  $UR$ .
- Bereken de lengte van lijnstuk  $UZ$ .

### Opgave 13

Van dit bord van Delft's Blauw zijn vier scherven overgebleven. Je kunt zien dat het een rond bord was.



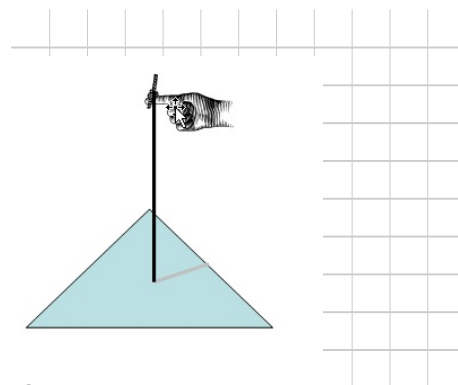
Figuur 2.7

Formuleer een manier om de cirkel die het bord beschreef te reconstrueren.

## Toepassen

Het woord 'zwaartelijn' heeft alles te maken met de **zwaartekracht**. Neem maar eens een hele grote driehoek en een touwtje met een gewicht er aan. Houd die driehoek en het touwtje in één punt van die driehoek losjes vast. De zwaartekracht laat dan het touwtje loodrecht naar beneden hangen. Dit touwtje verdeelt de driehoek in twee even zware delen, dus (als de driehoek overal even dik is) in twee delen met dezelfde oppervlakte. Je kunt op de driehoek een lijn tekenen die precies onder het touwtje ligt, dat is een zwaartelijn van de driehoek.

Doe dit met de drie hoekpunten van de driehoek en je hebt de drie zwaartelijnen. Het zwaartepunt is het snijpunt van de zwaartelijnen, als je je driehoek daaraan ophangt, hangt hij in evenwicht. Zo kun je een mobile maken van driehoeken...



Figuur 2.8

### Opgave 14

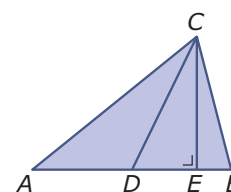
Hierboven wordt verteld dat de zwaartelijnen van een driehoek met de zwaartekracht samenhangen.

- Voer zelf dit experiment uit. Het leukst is dit met een willekeurige driehoek die niet te klein en te licht is.
- Markeer het zwaartepunt van de driehoek. Laat zien dat de driehoek in evenwicht blijft als je hem in het zwaartepunt ophangt.

### Opgave 15

Een zwaartelijn verdeelt een driehoek in twee delen met dezelfde oppervlakte. Bekijk de figuur hiernaast.  $CD$  is een zwaartelijn en  $CE$  een hoogtelijn in  $\triangle ABC$ .

- Hoe berekenen je ook weer de oppervlakte van een driehoek?
- Laat nu zien dat de oppervlaktes van  $\triangle ADC$  en  $\triangle DBC$  even groot zijn.
- Leg uit waarom de drie zwaartelijnen een driehoek in zes delen met dezelfde oppervlakte verdelen.



Figuur 2.9

## Testen

### Opgave 16

Van een rechthoekige driehoek  $ABC$  is  $\angle A = 90^\circ$ ,  $AB = 10$  cm en  $AC = 5$  cm.

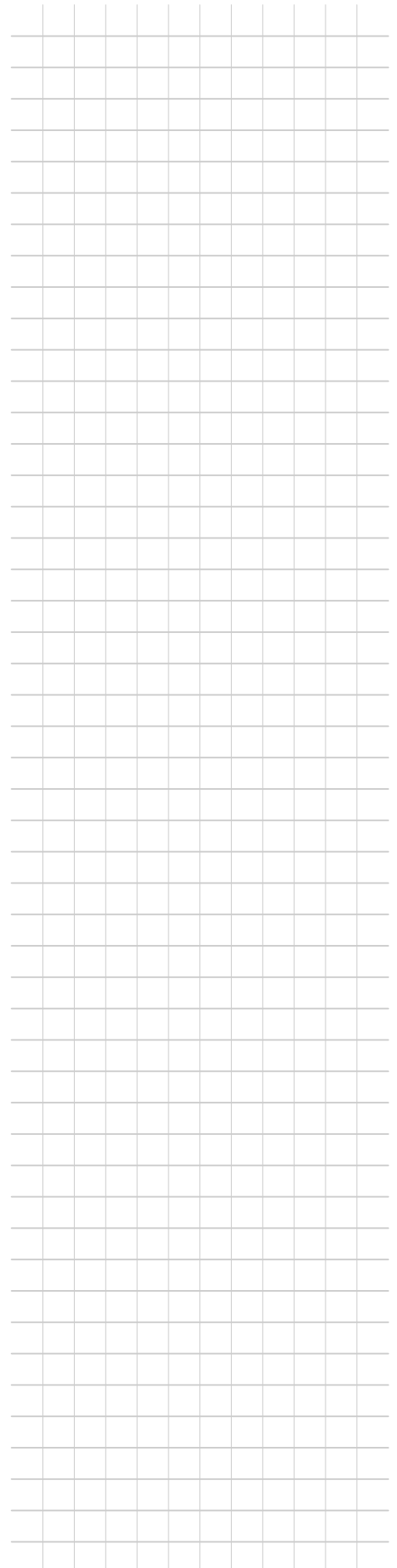
- Teken deze driehoek met zijn omgeschreven cirkel.
- Waarom is bij elke rechthoekige driehoek het middelpunt van de omgeschreven cirkel het midden van de langste zijde (hypotenusa)?
- Bereken de lengte van de straal van de omgeschreven cirkel van  $\triangle ABC$ .



### Opgave 17

Gegeven is een driehoek met zijden van 8, 5 en 4 cm.

- a** Teken het zwaartepunt van deze driehoek.
- b** Teken het hoogtepunt van deze driehoek, dus het snijpunt van de drie hoogtelijnen.



## 2.6 Totaalbeeld

### Samenvatten

In dit onderwerp is het werken met vlakke figuren, gelijkvormigheid, de stelling van Pythagoras, oppervlakteformules, soorten bijzondere lijnen in een driehoek voorbij gekomen.

Je hebt nu alle theorie van **Vlakke figuren** doorgewerkt. Er moet een totaalbeeld van deze leerstof ontstaan... Ga na, of je al de bij dit onderwerp horende begrippen kent en weet wat je ermee kunt doen. Ga ook na of je de activiteiten die staan genoemd kunt uitvoeren. Maak een eigen samenvatting!

### Begrippenlijst

- veelhoek — gelijkbenige, gelijkzijdige, rechthoekige driehoek — vierkant, rechthoek, ruit, parallellogram, vlieger, trapezium
- gelijkvormig — congruent — stelling van Pythagoras
- omtrek — oppervlakte — oppervlakteformule
- omtrek en oppervlakte cirkel —  $\pi$
- hoogtelijn, zwaartelijn, bissectrice, middelloodlijn — ingeschreven en omgeschreven cirkel

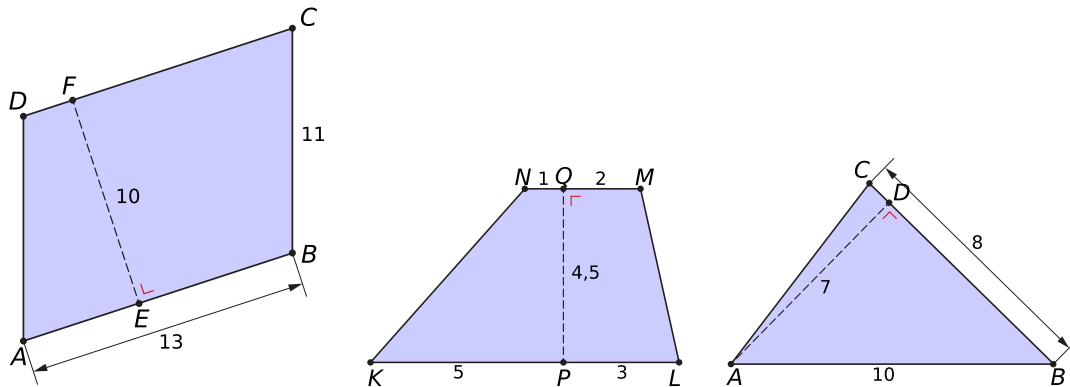
### Activiteitenlijst

- soorten driehoeken herkennen en construeren — soorten vierhoeken herkennen en construeren;
- gelijkvormige figuren herkennen — berekeningen uitvoeren met behulp van gelijkvormigheid en de stelling van Pythagoras;
- omtrek en oppervlakte van een veelhoek bepalen — werken met oppervlakteformules van driehoeken en vierhoeken — vergrotingsfactor bij oppervlakte gebruiken;
- de omtrek en de oppervlakte van een cirkel(sector) berekenen;
- hoogtelijnen, zwaartelijnen, bissectrices, middelloodlijnen in een driehoek tekenen — ingeschreven en omgeschreven cirkel van een driehoek construeren.

## Testen

### Opgave 1

Je ziet een parallellogram, een trapezium en een driehoek. Alle afmetingen zijn in cm.



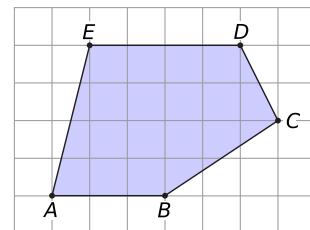
Figuur 2.1

- Bereken de omtrek en de oppervlakte van parallellogram  $ABCD$ .
- Bereken de oppervlakte van trapezium  $KLMN$ .
- Bereken de oppervlakte van  $\triangle ABC$ .

### Opgave 2

Bekijk de figuur. Elk roosterhokje is 5 mm bij 5 mm.

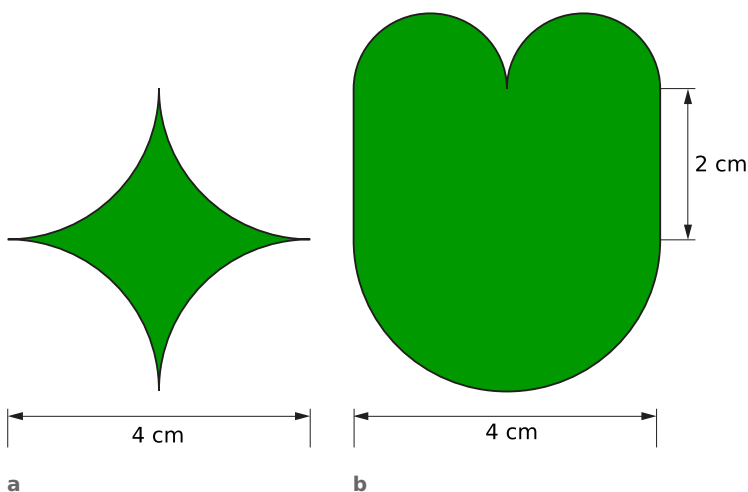
- Teken zelf deze figuur op zo'n rooster en bereken de omtrek van deze figuur exact en in millimeters nauwkeurig.
- Bereken de oppervlakte van deze figuur in  $\text{cm}^2$ .



Figuur 2.2

### Opgave 3

Deze twee figuren bestaan uit kwart cirkels, halve cirkels en evenwijdige lijnstukken.



Figuur 2.3

- Bereken de omtrek van figuur a in centimeters. Rond af op één decimaal nauwkeurig.

- b** Bereken de omtrek van figuur b in centimeters. Rond af op één decimaal nauwkeurig.
- c** Bereken de oppervlakte van figuur a in  $\text{cm}^2$ . Rond af op één decimaal nauwkeurig.
- d** Bereken de oppervlakte van figuur b in  $\text{cm}^2$ . Rond af op één decimaal nauwkeurig.

#### Opgave 4

Van een cirkel is de diameter 12 m.

- a** Bereken de omtrek en van deze cirkel in hele cm.
- b** Bereken de oppervlakte van deze cirkel in  $\text{cm}^2$  nauwkeurig.  
Van een andere cirkel is de oppervlakte  $100 \text{ m}^2$ .
- c** Bereken de omtrek van die cirkel in hele cm.

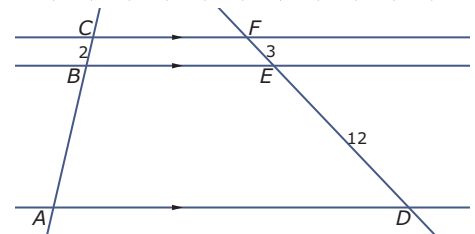
#### Opgave 5

Van een cirkelsector met een straal van 7 cm is de omtrek 28 cm.  
Hoe groot is de oppervlakte van die cirkelsector in gehele  $\text{cm}^2$ ?

#### Opgave 6

Je ziet hier hoe drie evenwijdige lijnen worden gesneden door twee andere lijnen. Zo ontstaan de trapezia  $ADEB$ ,  $BEFC$  en  $ADFC$ .

- a** Waarom zijn deze trapezia niet zonder meer gelijkvormig?  
Je wilt de lengte van  $AB$  berekenen.
- b** Waarom is het verstandig om dan een lijn door  $F$  te tekenen die evenwijdig is met lijn  $AC$ ?
- c** Bereken de lengte van  $AB$ .

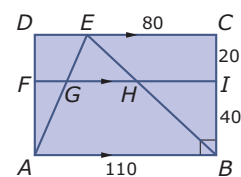


Figuur 2.4

#### Opgave 7

$ABCD$  is een rechthoek en  $FI \parallel AB$ .

- a** Bereken de lengte van  $BH$ .
- b** Bereken de lengte van  $AG$ .

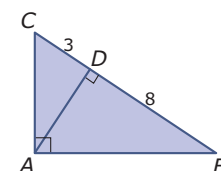


Figuur 2.5

#### Opgave 8

Je ziet hier een rechthoekige driehoek  $ABC$  met daarin hoogtelijn  $AD$ .

Bereken de lengte van  $AD$ .



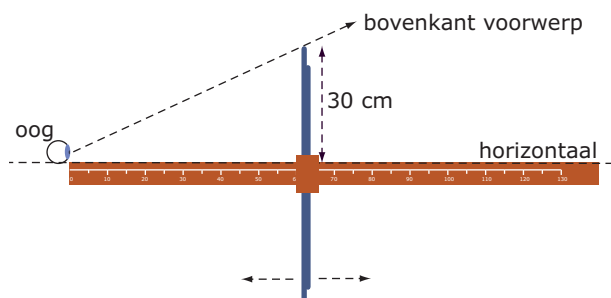
Figuur 2.6



## Toepassen

Je ziet hier een **Jacobsstaf**, een oud instrument om de hoogte of de breedte van een bouwwerk te bepalen, maar ook de hoek van de zon ten opzichte van de horizon. Hiermee kun je op zee de breedtegraad vaststellen waarop je je bevindt. De Jacobsstaf is de voorloper van de sextant.

Hij bestaat uit een lat met daarop een schaalverdeling die je vlak onder je oog kon houden. Loodrecht daarop kun je een andere lat (soms meerdere latten) verschuiven. Je houdt de schaalverdeling horizontaal en kijkt langs de bovenkant van die loodrechte lat. Je verschuift hem tot je het hoogste punt van het bouwwerk nog precies ziet. Nu kun je op de schaalverdeling de horizontale afstand tot je oog aflezen.



Figuur 2.8



Figuur 2.7

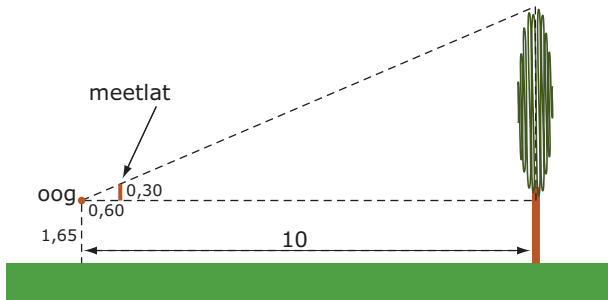
### Opgave 9: Hoogte meten met de Jacobsstaf

Je kunt hierboven nalezen wat een Jacobsstaf is.

Stel je voor dat je met zo'n Jacobsstaf de hoogte wilt bepalen van een kerktoren. Je gaat dan ongeveer 100 m van die toren af staan en houdt de Jacobsstaf op ooghoogte horizontaal tegen je gezicht. Je verschuift de verticale lat totdat je langs de bovenkant nog net de torenspits kunt zien. Je ziet in de figuur dat die verticale lat 30 cm boven de horizontale lat uitsteekt.

- Maak een schets van de situatie.
- Je leest op de schaalverdeling af dat de verticale lat bij 65 cm staat. Bereken nu de hoogte van de toren als jouw ooghoogte 1,70 m boven de grond is.

## Opgave 10: Hoogte van een boom



**Figuur 2.9**

Marisa berekent de hoogte van een boom met behulp van een meetlat met een lengte van 30 cm. Ze houdt de meetlat verticaal en zo, dat de onderkant ervan op ooghoogte zit. Kijkt ze nu precies langs de bovenkant dan ziet ze de top van de boom. Haar vriend Peter meet na dat de onderkant van de meetlat 60 cm voor haar oog zit en 1,65 m boven de begane grond. Verder staat Marisa 10 m van de boom af.

Bereken de hoogte van de boom in dm nauwkeurig.

## **a**

afronden 31  
aftrekken 12, 15

## **b**

bissectrice 102

## **c**

cirkel 95  
cirkelsector 95  
congruent 73

## **d**

decimale getal 8  
decimale komma 8, 9  
decimale punt 9  
decimale stelsel 8  
deellijn 102  
definities 103  
delen 14, 15  
diagonaal 63  
driehoek 63

## **e**

eenheid 47  
exponent 39

## **g**

gelijkvormig 73  
getallenlijn 8  
grootheid 47

## **h**

hoekpunt 63  
hoogtelijn 102

## **i**

ingeschreven cirkel 103

## **m**

macht van 10 39  
meter 85  
middellijn 95  
middelloodlijn 101, 102  
midden van een cirkel 95

## **o**

omgeschreven cirkel 101,  
103

omtrek 85

oppervlakte 85  
oppervlakteformules 85  
optellen 12, 15  
orde van grootte 31  
overeenkomstige hoeken 73  
overeenkomstige zijden 73

## **p**

product 14, 15

## **q**

quotiënt 14, 15

## **r**

rekenen 15  
rest 16

## **s**

samengestelde eenheid 47  
schaalverdeling 8  
schatten 31  
significante cijfers 31  
som 12, 15  
stelling van pythagoras 73  
straal 95

## **t**

technische notatie 39  
tegengestelde 8

## **v**

veelhoek 63  
vergrotingsfactor 73  
verhoudingstabel 73  
vermenigvuldigen 14, 15  
verschil 12, 15  
vierhoek 63  
vierkante meter 85  
voorrangsregels 23  
voorvoegsel bij eenheid 47

## **w**

wetenschappelijke notatie 39

## **z**

zijde 63  
zwaartelijn 102

Het lesmateriaal in dit boek is gebaseerd op het materiaal dat u kunt vinden op de website [www.math4all.nl](http://www.math4all.nl).

Dit boek is gegenereerd met de Math4All maatwerkdienst. De inhoud en de volgorde van de onderwerpen in dit boek zijn gekozen door docenten van het CONTEXT COLLEGE.

Stichting Math4All

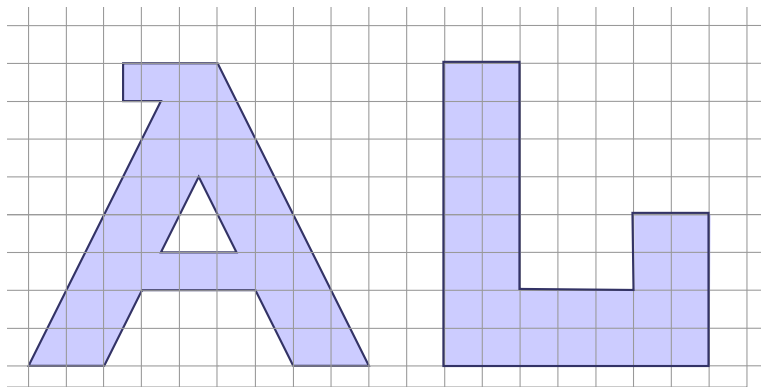


[www.math4all.nl](http://www.math4all.nl)



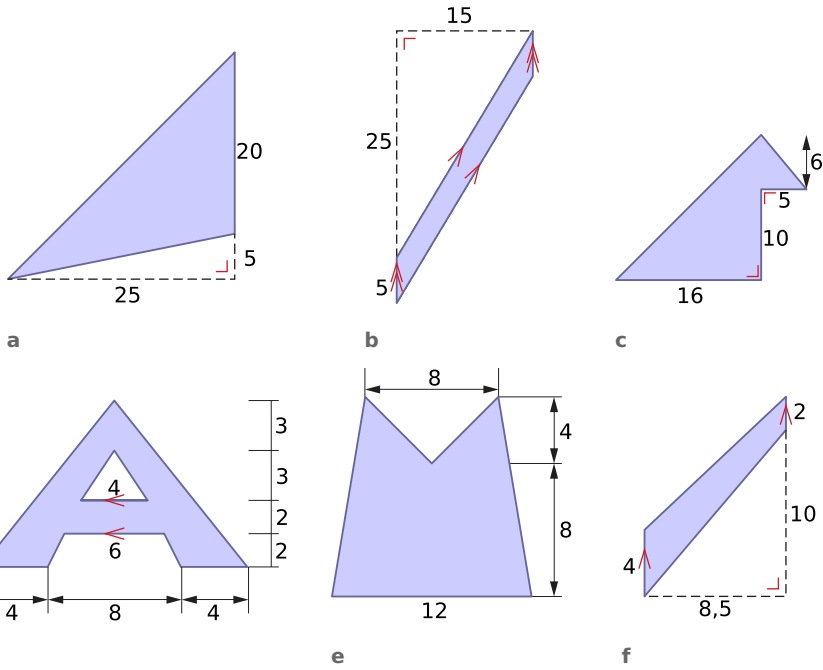
[www.math4mbo.nl](http://www.math4mbo.nl)

**Werkblad bij opgave 14.**



- a** Bereken van zowel de A als de L de exacte oppervlakte in  $\text{mm}^2$ .
- b** Waarom kun je wel van de L, maar niet van de A de exacte omtrek bepalen?
- c** Bereken de omtrek van de L in mm.

**Werkblad bij opgave 15.**



Bereken de oppervlakte van de figuren. Je mag ervan uitgaan dat de figuren d en e lijnsymmetrisch zijn.